MTO303E

CFD · SAYISAL ŞEMALAR

SORU-ÇÖZÜM

Ömer Faruk Akıncı

Kullanım: 📌 özet → ✓ soru sayfası (kutuya kendin çöz) → sayfayı çevir → ✓ çözüm + «Sınavda yaz».
• Kısım A–B vize çekirdeği · C–D final · sonda 📋 son 30 dakika tablosu ve ⚠️ sık hatalar. **Kare kod:** okut / dokun → web'de tam o parça.

MTO303E · SORU-ÇÖZÜM

🧭 NASIL ÇALIŞILIR

- **Sınav dili İngilizce:** her soruda sınavdaki gibi İngilizce soru kökü var.
- **Sıra:** 📌 özet (denklem + terimler) → ✓ sorular.
- **Soru sayfası:** oku → kutuya kendin çöz → sayfayı çevir.
- **Çözüm sayfası:** adım adım çözüm + neden + **Sınavda yaz**.
- **Kısım A–B** vize çekirdeği · **C–D** final.

💎 **ÖZ:** Önce kutuya yaz, sonra çözüme bak.

🧭 KAPSAM — NEDEN BU KONULAR

- Sınav tarihi ve kapsamı henüz duyurulmadı; bu yıl ders Euler'e kadar geldi.
- Geçen yılın akışı: Euler → sonlu fark → PDE sınıfı → Laplace + Thomas (vize) → açık/kapalı yöntem, adveksiyon, dalga, Burgers, RK, DNS/LES/RANS, WRF, OpenFOAM (final).
- Geçen yılın finali: dalga denklemi · OpenFOAM kod bloğu · lid-driven cavity · RK 3rd(2) · Euler · terim anlamları · **denklem eşleştirme**.
- Sayılar Python ile yeniden hesaplandı; ondalık ayıracı **nokta**.

💎 **ÖZ:** Kitap tüm dönemi kapsar; vizeye A–B, finale hepsi.

🧭 SINAV HARİTASI

- **Tanım (define):** S1, S3, S4, S39, S44, S48
- **Türetme (derive):** S5, S13, S19, S23, S36, S40
- **El hesabı (compute):** S2, S6, S10–S12, S14, S21, S24, S26, S28, S31, S32, S41, S43
- **Kararlılık (stability):** S8, S27, S33, S34, S36–S38, S46
- **Eşleştirme (match):** S4, S16, S30, S35, S42 + 📋 tablolar
- **Kod okuma (code):** S9, S34, S47

💎 **ÖZ:** Eşleştirme ve tanım puanın yarısı.

KISIM A · TEMELLER + EULER + RK

🧭 KISIM A · NE VAR

- **K1** türev, adveksiyon, diverjans, Navier–Stokes → S1–S4
- **K2** Euler, paraşütçü, hata, kararlılık, MATLAB → S5–S9
- **K3** Runge–Kutta: Heun, RK4, WRF RK3 → S10–S12
- Sonda GB Kısım A terimleri

💎 **ÖZ:** new value = old value + slope × step size.

📌 K1 · TOPLAM TÜREV

- **Ne?** Parselin değişimi = yerel değişim + taşınım.
- **Nerede?** Bütün korunum denklemlerinin sol tarafı.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- dT/dt — toplam (material) türev
- ∂T/∂t — yerel (local) değişim
- V = (u, v, w) — rüzgâr, m/s
- V·∇T — adveksiyon terimi

💎 **ÖZ:** dT/dt = 0 ise ∂T/∂t = −V·∇T.

📌 K1 · DİVERJANS

- **Ne?** Vektör alanının dışarı yayılma ölçüsü.
- **Nerede?** Kütle korunumu, basınç yorumu.

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- ∇·V > 0 → divergence (yayılma)
- ∇·V < 0 → convergence (toplanma)
- ∂u/∂x — x yönünde hız değişimi, 1/s
- sıkıştırılamaz akış: ∇·V = 0

💎 **ÖZ:** Yüzeyde diverjans → çökme, açık hava.

📌 K1 · YAZ + SINAVDA YAZ

Toplam türev + diverjans

Sınavda yaz:

- *The total derivative follows the parcel; the partial derivative is the change at a fixed point.*
- *Advection is transport of a property by the wind.*

💎 **ÖZ:** Toplam = yerel + adveksiyon.

✓ S1 · TOPLAM vs KISMİ

tanım web'de çöz

Toplam ve kısmi türevi ayırt et; dT/dt'yi Kartezyen açık yaz.

Distinguish the **total derivative** from the **partial derivative** and expand dT/dt in Cartesian form.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Kim izliyor: parsel mi, istasyon mu?

📋 Ne istiyor? — Soru 1

formül

Ne istiyor? Toplam türev (dT/dt) ile kısmi türevin (∂T/∂t) farkı ve dT/dt'nin u, v, w ile Kartezyen açık hali.

Soru tipi: Tanım + açık yazım · toplam türev

animasyon

- *total (material) derivative* → toplam (maddesel) türev · parseli izler: ∂/∂t + V·∇
- *expand in Cartesian form* → Kartezyen biçimde açık yaz · u, v, w'lu üç terimi ekle

---

💎 **ÖZ:** Tanım + açık yazım · toplam türev

📋 Verilenler — Soru 1

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«total derivative»* → Parselle birlikte hareket ederek ölçülen değişim. → **dT/dt**
- *«partial derivative»* → Sabit bir noktada zamanla değişim. → **∂T/∂t**
- *«expand dT/dt in Cartesian form»* → Zincir kuralıyla u, v, w terimlerini açık yaz. → **istenen**
- *«Kartezyen açık yaz»* → x, y, z bileşenleriyle adveksiyon terimleri yazılacak. → **u ∂T/∂x …**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 1

Toplam türev (Kartezyen) — Soru «expand dT/dt in Cartesian form» diyor; zincir kuralıyla açılan hali bu.

terimler

türetim

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}$$

dT/dt: parseli izleyen değişim · ∂T/∂t: sabit noktadaki değişim · u ∂T/∂x …: adveksiyon terimleri

Kullanılacak bilgi: ∂T/∂t sabit noktadaki (istasyon) değişimdir; dT/dt hareket eden parselin değişimidir. İkisinin farkı adveksiyondur.

💎 **ÖZ:** Formül: Toplam türev (Kartezyen)

📋 Adım adım — Soru 1 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **∂T/∂t** — Sabit noktada (x, y, z sabit) değişimi tanımla: local change. → **yerel değişim**


1. adım

2. **dT/dt** — Parseli izleyerek değişimi tanımla: material derivative. → **maddesel türev**


2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 1 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **zincir** — Zincir kuralını uygula; dx/dt = u, dy/dt = v, dz/dt = w koy. → **dT/dt = ∂T/∂t + V·∇T**


3. adım

4. **adveksiyon** — Son üç terimi V·∇T olarak adlandır: advection. → **toplam = yerel + adveksiyon**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** ∂T/∂t ile dT/dt'yi karıştırmak; dT/dt = 0 olsa bile istasyonda sıcaklık adveksiyonla değişebilir.

💎 **ÖZ:** Plan: ∂T/∂t → dT/dt → zincir → adveksiyon

✓ Çözüm — Soru 1

sınav cevabı

- **∂T/∂t:** sabit noktada (x, y, z sabit) değişim → *local change*.
- **dT/dt:** parseli izleyerek değişim → *material derivative*.
- **Neden zincir kuralı?** T = T(x, y, z, t) ve parsel hareket ediyor: dx/dt = u, dy/dt = v, dz/dt = w.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}$$

- Son üç terim = V·∇T = **advection**.

Sınavda yaz: *The total derivative equals the local change plus advection.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Adveksiyon = u, v, w'lu üç terim.

✓ S2 · ADVEKSİYON HESABI

tanım web'de çöz

Batılı rüzgâr 10 m/s; 500 km batıda 8 °C, istasyonda 18 °C; dT/dt = 0. Yerel değişim ve 6 saat sonraki sıcaklık?

A westerly wind of 10 m/s; 8 °C 500 km upstream, 18 °C at the station. Find the **local rate of change**. **Warm or cold advection**?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Gradyanı sayıya çevir, işareti yorumla.

📋 Ne istiyor? — Soru 2

formül

Ne istiyor? dT/dt = 0 iken istasyondaki yerel sıcaklık değişimi (K/h), 6 saat sonraki sıcaklık ve adveksiyonun sıcak mı soğuk mu olduğu.

Soru tipi: Hesap · sıcaklık adveksiyonu

animasyon

- *local rate of change* → yerel değişim hızı · ∂T/∂t = −u ∂T/∂x
- *warm or cold advection* → sıcak mı soğuk adveksiyon mu · rüzgâr soğuktan esiyorsa soğuk

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Batılı rüzgâr 10 m/s»* → Rüzgâr batıdan doğuya, +x yönünde 10 m/s esiyor. → **u = 10 m/s**
- *«500 km batıda 8 °C»* → Rüzgârın geldiği tarafta hava daha soğuk; mesafe 500 km. → **∂T/∂x = 8 °C, 500 000 m**
- *«istasyonda 18 °C»* → İstasyondaki sıcaklık; gradyanın diğer ucu. → **∂T/∂x = 18 °C**

- *«dT/dt = 0»* → Parselin sıcaklığı korunuyor; yerel değişim yalnız adveksiyondan. → **koşul**
- *«local rate of change»* → Bulunacak olan ∂T/∂t. → **istenen**
- *«Warm or cold advection»* → İşarete bakıp adveksiyon türünü söyle. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · sıcaklık adveksiyonu

📋 Hangi formül? — Soru 2

Yerel değişim = –adveksiyon — dT/dt = 0 verildi; toplam türevden geriye yerel değişim ve adveksiyon kalır.

terimler

türetim

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x}$$

∂T/∂t: istasyondaki değişim, K/s · u: batılı rüzgâr, +10 m/s · ∂T/∂x: doğuya doğru sıcaklık gradyanı

💎 **ÖZ:** Formül: Yerel değişim = –adveksiyon

📋 Adım adım — Soru 2 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **gradyan** — Sıcaklık farkını mesafeye böl; x doğuya doğru artar. → **2×10^{-5} K/m**
2. **∂T/∂t** — Gradyanı –u ile çarp. → **-2×10^{-4} K/s**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 2 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **birim** — 3600 ile çarpıp K/h yap; 6 saatle çarp, 18'den çıkar. → **−0.72 K/h · ≈ 13.7 °C**

3. adım

4. **yorum** — İşarete bak: eksi = soğuma; rüzgâr soğuk bölgeden esiyor. → **cold advection**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Batılı rüzgârı eksi almak ya da formüldeki eksiyi unutmak; saniyeden saate çevirmeyi atlamak.

💎 **ÖZ:** Plan: gradyan → ∂T/∂t → birim → yorum

✓ Çözüm — Soru 2

sınav cevabı

- **Gradyan:** x doğuya artar, istasyon doğuda → ∂T/∂x ≈ 10 K / 500 000 m = 2×10^{-5} K/m.
- **Denklem:** ∂T/∂t = –u ∂T/∂x = –10 × 2×10^{-5} = -2×10^{-4} K/s.
- **Birim:** × 3600 → **–0.72 K/h**; 6 saatte –4.3 K → **≈ 13.7 °C**.
- **Yorum:** rüzgâr soğuktan sıcağa esiyor → **cold advection**.
- **Neden ≈?** Gradyanı tek farkla aldık, 500 km boyunca sabit saydık.

Sınavda yaz: *Wind blows from cold to warm air: cold advection of about 0.72 K/h.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** ∂T/∂t = –u·ΔT/Δx; eksi → soğuma.

✓ S3 · DİVERJANS HESABI

tanım web'de çöz

u = 3×10^{-5} *x, v* = -1×10^{-5} *y. Yatay diverjans? Yüzeyde hangi hava?*

Compute the horizontal **divergence**. Is the flow **divergent or convergent**? What does it imply at the surface?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Kısmi türev al, işareti fiziğe bağla.

📋 Ne istiyor? — Soru 3

formül

Ne istiyor? u = 3×10^{-5} x, v = -1×10^{-5} y alanında yatay diverjansın değeri, işareti ve yüzeyde nasıl bir hava işaret ettiği.

Soru tipi: Hesap · yatay diverjans

animasyon

- *horizontal divergence* → yatay diverjans · $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y$
- *divergent or convergent* → yayılan mı toplanan mı · toplamın işareti: + yayılma, – toplanma

---

💎 **ÖZ:** Hesap · yatay diverjans

📋 Verilenler — Soru 3

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Yatay diverjans?»* → İstenen: ∂u/∂x + ∂v/∂y. → **istenen**
- *«divergent or convergent»* → Toplamın işaretine göre karar. → **∇•V > 0**
- *«Yüzeyde hangi hava?»* → Diverjansın yüzeydeki hava tipine etkisi soruluyor. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 3

Yatay diverjans — Soru «horizontal divergence» istiyor; yalnız u ve v'nin türevleri toplanır.

terimler

türetim

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

∂u/∂x: x yönünde hız değişimi, 1/s · ∂v/∂y: y yönünde hız değişimi, 1/s · ∇·V > 0: yayılma (divergence)

💎 **ÖZ:** Formül: Yatay diverjans

📋 Adım adım — Soru 3

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **türevler** — Her bileşenin kendi yönüne göre türevini al. → **3×10^{-5} · -1×10^{-5} 1/s**
2. **topla** — İki türevi topla, işarete bak. → **$+2\times10^{-5}$ 1/s** → **divergence**
3. **fizik** — Yüzeyde yayılan havayı kütle korunumuyla yorumla. → **çökme · açık hava**

1. adım

2. adım

3. adım

⚠️ **Tuzak:** Yalnız bir bileşene bakıp karar vermek; yüzeyde diverjans çökme, konverjans yükselme (bulut) demektir.

💎 **ÖZ:** Plan: türevler → topla → fizik

✓ Çözüm — Soru 3

sınav cevabı

- **Adım 1:** ∂u/∂x = 3×10^{-5} 1/s · ∂v/∂y = -1×10^{-5} 1/s.
- **Adım 2:** ∇·V = 3 – 1 = $+2 \times 10^{-5}$ **1/s** → **divergence**.
- **Fizik:** yüzeyde yanlara yayılan hava, kütle korunumu gereği **çöken hava** ile beslenir → yüksek basınç, açık hava.
- **Tersi:** yüzeyde konverjans → yükselme → bulut, yağış.
- **Dikkat:** x'te yayılma, y'de toplanma; karar **toplamın** işaretinde.

Sınavda yaz: *Positive divergence: air spreads out, fed by sinking air (high pressure).*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Artı → yayılma/çökme; eksi → yükselme.

✓ S4 · NAVIER–STOKES

tanım

Terimleri eşleştir: yerel ivme, adveksiyon, PGF, yerçekimi, viskoz, Coriolis.

Match each term with its **physical meaning**. Why is it solved **numerically**?

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{V} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V}$$

- ① ∂V/∂t · ② (V·∇)V · ③ −∇p/ρ · ④ g · ⑤ ν∇²V · ⑥ −2Ω×V

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Eşleştirme soruları puanın büyük kısmı.

📋 Ne istiyor? — Soru 4

formül

Ne istiyor? Navier–Stokes momentum denklemindeki altı terimin fiziksel anlamı ve denklemin neden sayısal olarak çözüldüğü.

Soru tipi: Eşleştirme · Navier–Stokes terimleri

animasyon

- *match each term with its physical meaning* → her terimi fiziksel anlamıyla eşleştir · ① … ⑥ → ivme ya da kuvvet adı
- *why is it solved numerically* → neden sayısal çözülür · (V·∇)V doğrusal değil → analitik yok

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«physical meaning»* → Her terimin fiziksel karşılığı yazılacak. → **istenen**
- *«yerel ivme, adveksiyon, PGF»* → Eşleştirilecek fiziksel kavramlar. → **(V·∇)V**
- *«PGF»* → Basınç gradyanı kuvveti. → **−∇p/ρ**

- *«viskoz, Coriolis»* → Sürtünme ve Dünya'nın dönmesi terimleri. → $\mathbf{v}\nabla^2\mathbf{V}$
- *«Why is it solved»* → Neden sayısal çözüm gerektiği soruluyor. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Eşleştirme · Navier–Stokes terimleri

📋 Hangi formül? — Soru 4

Navier–Stokes momentum denklemi — Soru bu denklemin terimlerini tek tek soruyor; sol taraf ivme, sağ taraf birim kütleye düşen kuvvetler.

terimler

türetim

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{V} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V}$$

(V·∇)V: adveksiyon, doğrusal değil · −∇p/ρ: basınç gradyanı kuvveti · ν∇²V: viskoz kuvvet, ν = μ/ρ · −2Ω×V: Coriolis

Kullanılacak bilgi: Sol: ivme (yerel + adveksiyon). Sağ: PGF + g + viskoz + Coriolis. (V·∇)V'de hız kendi gradyanıyla çarpılır → doğrusal değil.

💎 **ÖZ:** Formül: Navier–Stokes momentum denklemi

📋 Adım adım — Soru 4

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **sol taraf** — ① ve ②'yi ivme olarak adlandır. → ① **yerel ivme** • ② **adveksiyon**


1. adım

2. **sağ taraf** — ③–⑥'yı kuvvet adlarıyla eşleştir. → **PGF** • **g** • **viskoz** • **Coriolis**


2. adım

3. **sayısal** — ② terimini incele: hız kendi gradyanıyla çarpılıyor. → **nonlinear** → **numerical**


3. adım

⚠️ **Tuzak:** ② adveksiyonu kuvvet sanmak ya da ⑤'teki v'yü dinamik viskozite μ ile karıştırmak (ν = μ/ρ).

💎 **ÖZ:** Plan: sol taraf → sağ taraf → sayısal

✓ Çözüm — Soru 4

sınav cevabı

- ① local acceleration (yerel ivme)
- ② advection — **nonlinear** (doğrusal olmayan)
- ③ pressure gradient force (basınç gradyanı)
- ④ gravity (yerçekimi)
- ⑤ viscous force (sürtünme, $\nu = \mu/\rho$)
- ⑥ Coriolis (Dünya'nın dönmesi)
- **Neden sayısal?** ②'de hız kendi gradyanıyla çarpılır → genel analitik çözüm yok → ayrıklaştır, zamanda ilerlet.

Sınavda yaz: *The advection term is nonlinear, so the equations are solved numerically.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** ① ivme ② adveksiyon ③ PGF ④ g ⑤ viskoz ⑥ Coriolis.

📌 K2 · EULER YÖNTEMİ

- **Ne?** ODE'yi adım adım ilerletmenin en basit yolu.
- **Nerede?** Paraşütçü problemi; her şemanın iskeleti.

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i,\, y_i)\,\Delta t$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- y_{i+1} — new value (yeni değer)
- y_i — old value (eski değer)
- $f(t_i, y_i)$ — slope, eski noktada
- Δt — step size (adım boyu)

💎 **ÖZ:** Eğim adımın BAŞINDA hesaplanır.

📌 K2 · PARAŞÜTÇÜ MODELİ

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$$

$$v(t) = \frac{g\,m}{c}\left(1 - e^{-(c/m)\,t}\right)$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- g = 9.8 m/s² · m = 68.1 kg
- c = 12.5 kg/s (doğrusal sürtünme)
- c/m = 0.18355 1/s
- gm/c = 53.39 m/s = son hız

💎 **ÖZ:** dv/dt = 0 → son hız gm/c.

📌 K2 · YAZ + SINAVDA YAZ

Euler + paraşütçü ODE'si

- *Euler: local error $O(\Delta t^2)$, global error $O(\Delta t)$.*
- Karesel sürtünme: dv/dt = g – (c_d/m)v|v| → son hız 51.69 m/s.

💎 **ÖZ:** Adım yarıya → hata yarıya.

✓ S5 · EULER'İ TÜRET

tanım web'de çöz

Euler'i (a) Taylor serisinden, (b) ileri farktan türet. Hata mertebesi?

Derive Euler's method from (a) a **Taylor series**, (b) a **forward difference**. State the error order.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** İki türetim yolu, bir sonuç.

📋 Ne istiyor? — Soru 5

formül

Ne istiyor? Euler yöntemini (a) Taylor serisinden, (b) ileri farktan türetmek; yerel ve toplam hata mertebesini yazmak.

Soru tipi: Türetme · Euler + hata mertebesi

animasyon

- *derive from a Taylor series* → Taylor serisinden türet · $y' = f$ koy, Δt^2'li terimi at
- *state the error order* → hata mertebesini yaz · yerel $O(\Delta t^2)$, toplam $O(\Delta t)$

💎 **ÖZ:** Türetme · Euler + hata mertebesi

📋 Verilenler — Soru 5

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Taylor series»* → Seriyi birinci türevden sonra kes. → **$y''_i \Delta t^2/2!$**
- *«forward difference»* → Türevi $(y_{i+1} - y_i)/\Delta t$ ile yaklaştır. → **y_{i+1}**
- *«Hata mertebesi?»* → Atılan terimden yerel ve toplam hata mertebesi. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 5 (1/2)

Taylor açılımı — «Derive from a Taylor series» diyor; y_{i+1}'i t_i etrafında açmak ilk adım.

terimler

türetim

$$y_{i+1} = y_i + y'_i\,\Delta t + \frac{y''_i}{2!}\,\Delta t^2 + \dots$$

y_{i+1}: yeni değer · $y'_i = f(t_i, y_i)$: eski noktadaki eğim · $y''_i\Delta t^2/2!$: atılan ilk terim = yerel hata

---

💎 **ÖZ:** Taylor açılımı

📋 Hangi formül? — Soru 5 (2/2)

Euler yöntemi — Taylor'u ilk türevden sonra kesince ya da ileri farkı çözünce çıkan sonuç.

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i,\, y_i)\,\Delta t$$

y_i: eski değer · $f(t_i, y_i)$: eğim, adımın başında · Δt: adım boyu

---

💎 **ÖZ:** Euler yöntemi

📋 Adım adım — Soru 5 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **Taylor** — y_{i+1}'i t_i etrafında Taylor serisine aç. → **seri açıldı**
2. **kes** — $y' = f(t, y)$ koy, Δt^2'li ve sonraki terimleri at. → **Euler**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 5 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **hata** — Yerel hatayı T/Δt adım sayısıyla çarp. → **yerel $O(\Delta t^2)$ · toplam $O(\Delta t)$**
4. **ileri fark** — dv/dt'yi ileri farkla yaz, paraşütçü ODE'sinde v_{i+1}'i çek. → **aynı Euler formülü**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Yerel hata ile toplam hatayı karıştırmak: Euler yerel $O(\Delta t^2)$ ama toplamda 1. mertebe, $O(\Delta t)$.

💎 **ÖZ:** Plan: Taylor → kes → hata → ileri fark

✓ Çözüm — Soru 5

sınav cevabı

(a) Taylor: y'yi t_i etrafında aç:

$$y_{i+1} = y_i + y_i' \, \Delta t + \frac{y_i''}{2!} \Delta t^2 + \dots$$

- y′ = f(t, y) koy, Δt^2'li terimi **at** → Euler. Atılan = yerel hata **O(Δt²)**.
- T/Δt adımda birikir → toplam hata **O(Δt)**.

(b) İleri fark: $(v_{i+1} - v_i)/\Delta t = g - (c/m)v_i \to v_{i+1} = v_i + [g - (c/m)v_i]\Delta t$.

Sınavda yaz: *Truncating the Taylor series after the first derivative gives Euler's method.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Yerel O(Δt^2), toplam O(Δt).

✓ S6 · EULER: 3 ADIM

tanım

Paraşütçü: Δt = 2 s ile v(2), v(4), v(6); analitikle karşılaştır.

Use **Euler's method** with a **step size** of 2 s for t = 2, 4, 6 s. Compute the **percent error**.

- g = 9.8 · m = 68.1 kg · c = 12.5 kg/s · v(0) = 0

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Eğimi hep ESKİ hızla hesapla.

📋 Ne istiyor? — Soru 6

formül

Ne istiyor? $\Delta t = 2$ s ile Euler yöntemiyle v(2), v(4), v(6) ve analitik çözüme göre yüzde hatalar.

Soru tipi: Hesap · Euler, paraşütçü

animasyon

- *use Euler's method with a step size of* → … adım boyuyla Euler yöntemini kullan · $v_{i+1} = v_i + (g - (c/m)v_i)\Delta t$
- *percent error* → yüzde hata · (gerçek – sayısal)/gerçek × 100

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«step size»* → Adım boyu 2 s. → **$\Delta t = 2$ s**
- *«g = 9.8»* → Yerçekimi ivmesi. → **$g - (c/m)v_i = 9.8$ m/s²**
- *«m = 68.1 kg»* → Paraşütçünün kütlesi. → **c/m = 68.1 kg**
- *«c = 12.5 kg/s»* → Sürüklenme katsayısı. → **c/m = 12.5 kg/s**

- *«v(0) = 0»* → Başlangıçta hız sıfır. → **v_{i+1} = 0 m/s**
- *«percent error»* → Analitikle yüzde hata istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Euler, paraşütçü

📋 Hangi formül? — Soru 6 (1/2)

Paraşütçü için Euler — «Use Euler's method» diyor; ODE'nin sağ tarafı eğim olur.

terimler

türetim

$$v_{i+1} = v_i + \left(g - \frac{c}{m} v_i\right) \Delta t$$

v_{i+1}: yeni hız, m/s · g – $(c/m)v_i$: eğim, eski hızla · Δt: 2 s

---

💎 **ÖZ:** Paraşütçü için Euler

📋 Hangi formül? — Soru 6 (2/2)

Analitik çözüm — Yüzde hata için gerçek değer gerekir.

$$v(t) = \frac{g\,m}{c}\left(1 - e^{-(c/m)\,t}\right)$$

gm/c: son hız, 53.39 m/s · c/m: 0.18355 1/s

💎 **ÖZ:** Analitik çözüm

📋 Adım adım — Soru 6 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **hazırlık** — c/m'yi hesapla, eğimi v'ye bağlı yaz. → **eğim = 9.8 − 0.18355v**
2. **0 → 2 s** — v = 0'da eğim 9.8; 2 s ile çarp. → **v(2) = 19.60 m/s**
3. **2 → 4 s** — Eğimi v = 19.60 ile hesapla, adımı ilerlet. → **v(4) = 32.00 m/s**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 6 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **4 → 6 s** — Aynı işlemi v = 32.00 ile tekrarla. → **v(6) = 39.86 m/s**


4. adım

5. **hata** — Analitik değerlerle yüzde hatayı bul. → **Euler fazla tahmin ediyor**


5. adım

⚠️ **Tuzak:** Eğimi yeni hızla hesaplamak ya da yüzde hatanın paydasına sayısal değeri koymak (payda gerçek değer).

💎 **ÖZ:** Plan: hazırlık → 0 → 2 s → 2 → 4 s → 4 → 6 s → hata

✓ Çözüm — Soru 6

sınav cevabı

- **Hazırlık:** c/m = 0.18355 → eğim = 9.8 – 0.18355 v
- **0 → 2 s:** eğim 9.8 → v = 0 + 9.8·2 = **19.60**
- **2 → 4 s:** eğim 9.8 – 0.18355·19.60 = 6.2023 → v = **32.00**
- **4 → 6 s:** eğim 9.8 – 0.18355·32.00 = 3.9254 → v = **39.86**
- **Analitik:** 53.39(1 – $e^{-0.18355t}$) → 16.41 · 27.77 · 35.64
- **Hata:** –19.5 % · –15.3 % · –11.8 % (fazla tahmin)

Sınavda yaz: *Euler overestimates because the slope at the start of each step is the largest.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 19.60 → 32.00 → 39.86 m/s.

✓ S7 · ADIMI YARIYA İNDİR

tanım web'de çöz

v(4) hataları: Δt = 2, 1, 0.5, 0.25 s için 4.235, 1.898, 0.904, 0.441 m/s. Yöntemin mertebesi?

Use these errors to determine the **order of accuracy**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Hata oranından mertebe oku.

📋 Ne istiyor? — Soru 7

formül

Ne istiyor? Δt yarıya inerken v(4) hatalarının oranından Euler yönteminin doğruluk mertebesi (p).

Soru tipi: Yorum · doğruluk mertebesi

animasyon

- *determine the order of accuracy* → doğruluk mertebesini bul · hata ∝ Δt^p; oran = 2^p
- *halving the step size* → adım boyunu yarıya indirmek · oran 2 → p = 1 · oran 4 → p = 2

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Δt = 2, 1, 0.5, 0.25 s»* → Adım her seferinde yarıya iniyor. → **2^p**
- *«4.235, 1.898, 0.904, 0.441 m/s»* → Her adım boyundaki hata. → **E**
- *«order of accuracy»* → Bulunacak üs p. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Yorum · doğruluk mertebesi

📋 Hangi formül? — Soru 7

Hata – adım ilişkisi — «Order of accuracy» isteniyor; ardışık hataların oranı doğrudan 2^p'ye eşit.

terimler

türetim

$$E \propto \Delta t^{\,p} \;\Rightarrow\; \frac{E(\Delta t)}{E(\Delta t/2)} = 2^p$$

E: hata, m/s · p: doğruluk mertebesi · 2^p: Δt yarıya inince hata oranı

💎 **ÖZ:** Formül: Hata – adım ilişkisi

📋 Adım adım — Soru 7

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **oranlar** — Ardışık hataları birbirine böl. → **oran ≈ 2**
2. **p** — $2^p = 2$ denkleminden p'yi çöz. → **p = 1 (1. mertebe)**

1. adım

2. adım

⚠️ **Tuzak:** İlk orana (2.23) bakıp karar vermek; küçük Δt'deki oranlar asıl mertebeyi gösterir ve 2'ye yaklaşır.

💎 **ÖZ:** Plan: oranlar → p

✓ Çözüm — Soru 7

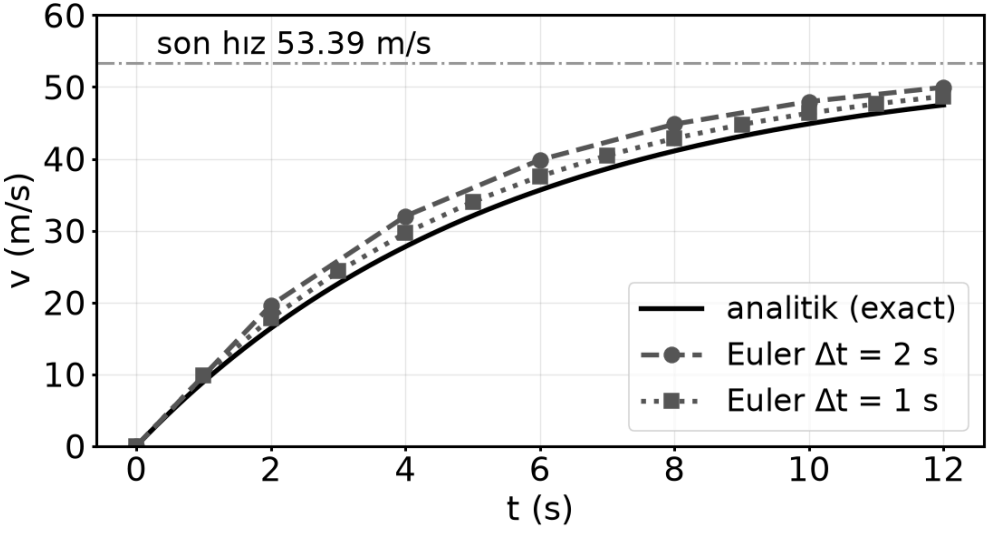
sınav cevabı

- **Oranlar:** 4.235/1.898 = 2.23 · 1.898/0.904 = 2.10 · 0.904/0.441 = 2.05 → **≈ 2**
- **Kural:** hata ∝ Δt^p; Δt yarıya → hata 2^p kat azalır → $2^p = 2$ → **p = 1**.

adım adım

Euler hep analitiğin üstünde

animasyon



💎 **ÖZ:** Oran 2 → 1. mertebe (Heun 4, RK4 16).

✓ S8 · EULER NE ZAMAN PATLAR?

tanım web'de çöz

Paraşütçüde Euler'in kararlı olduğu en büyük Δt? Δt = 5 s ve 12 s'de ne olur?

Find the largest **stable step size** for Euler's method.

What happens for Δt = 5 s and 12 s?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Hata her adımda bir çarpanla büyür.

📋 Ne istiyor? — Soru 8

formül

Ne istiyor? Paraşütçü ODE'sinde Euler'in kararlı kaldığı en büyük Δt ve Δt = 5 s ile 12 s'de çözümün nasıl davrandığı.

Soru tipi: Kararlılık · Euler adım sınırı

animasyon

- *largest stable step size* → kararlı en büyük adım · $|G| = |1 - (c/m)\Delta t| \leq 1$
- *conditionally stable* → koşullu kararlı · $\Delta t \leq 2m/c$ olduğu sürece

---

💎 **ÖZ:** Kararlılık · Euler adım sınırı

📋 Verilenler — Soru 8

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«largest stable step size»* → Euler için |G| ≤ 1 sınırındaki Δt. → **istenen**
- *«Δt = 5 s»* → Kararlı bölgede bir adım. → **G = 5 s**
- *«12 s»* → Sınırın üstünde bir adım. → **G = 12 s**
- *«Paraşütçüde»* → c/m = 12.5/68.1 değerleri kullanılır. → **c/m = 0.18355 1/s**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 8

Euler büyütme çarpanı — «Stable step size» soruluyor; sapma her adımda G ile çarpılır, |G| ≤ 1 olmalı.

terimler

türetim

$$e_{i+1} = \left[1 - \frac{c}{m}\,\Delta t\right] e_i = G\, e_i, \qquad |G| \le 1$$

e: sapma = v − 53.39 · G: büyütme çarpanı · c/m: 0.18355 1/s

💎 **ÖZ:** Formül: Euler büyütme çarpanı

📋 Adım adım — Soru 8 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **sapma** — v'yi son hızdan sapma olarak yaz, ODE'yi e için kur. → **de/dt = –(c/m)e**
2. **G** — Euler'i e'ye uygula, çarpanı bul. → **G = 1 – (c/m)Δt**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 8 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **sınır** — −1 ≤ G koşulunu Δt için çöz. → **Δt ≤ 10.90 s**

3. adım

4. **5 ve 12 s** — İki Δt için G'yi hesapla, ilk değerlere bak. → **5 s oturur · 12 s patlar**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Yalnız G ≤ 1'e bakmak; asıl sınır G ≥ −1'den gelir. 5.45 < Δt < 10.9 s'de kararlı ama salınımlı.

💎 **ÖZ:** Plan: sapma → G → sınır → 5 ve 12 s

✓ Çözüm — Soru 8

sınav cevabı

- **Sapma:** e = v – 53.39 → de/dt = –(c/m)e
- **Euler:** e_{i+1} = [1 – (c/m)Δt]e_i = G·e_i; kararlılık: |G| ≤ 1
- –1 ≤ 1 – (c/m)Δt → **Δt ≤ 2m/c = 10.90 s**
- 5.45 s < Δt < 10.9 s: G < 0 → salınarak söner
- **Δt = 5:** G = 0.08 → 49.0, 53.0, 53.4 → oturur
- **Δt = 12:** G = –1.20 → 117.6, –23.8, 146.3 → **patlar**

Sınavda yaz: *Euler is conditionally stable here: Δt ≤ 2m/c.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** |1 – (c/m)Δt| ≤ 1.

✓ S9 · KOD OKU

tanım

```
g=9.8; m=68.1; cd=12.5; dt=0.1;
t=0; v=0; tf=2;
for k = 2 : 50
  l=k-1
  dvdt(k)=g-(cd/m)*v(l);
  t(k)=k
  v(k)=v(k-1)+dvdt(k)*(t(k)-t(l));
 end
```

web'de çöz

(a) Yöntemin adı? (b) Gerçek adım boyu? (c) Gereksiz atamalar? (d) Düzelt.

(a) Name the method. (b) What is the **actual step size**? (c) Which **assignments** are unnecessary? (d) Fix the loop.

💎 **ÖZ:** Kodu satır satır oku; t(k) satırına dikkat.

✓ S9 · CEVABINI YAZ

(a) yöntem · (b) gerçek Δt · (c) gereksiz atamalar · (d) düzeltme

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Adımı belirleyen satırı bul.

📋 Ne istiyor? — Soru 9

formül

Ne istiyor? Koddaki yöntemin adı, gerçek adım boyu, gereksiz atamalar ve döngünün düzeltilmiş hali.

Soru tipi: Kod okuma · MATLAB Euler döngüsü

animasyon

- *actual step size* → gerçek adım boyu · t(k) – t(k–1); dt değil
- *name the method* → yöntemin adını yaz · eski + eğim × adım → Euler

---

💎 **ÖZ:** Kod okuma · MATLAB Euler döngüsü

📋 Verilenler — Soru 9

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Name the method»* → Kodun yöntemi sorulur. → **istenen**
- *«actual step size»* → Gerçek t(k) – t(k–1). → $\mathbf{t_k - t_{k-1} = 1\ s}$
- *«assignments»* → Kullanılmayan atamalar. → **istenen**
- *«Fix the loop»* → t(k) = t(k–1) + dt ile düzelt. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 9

Euler (kod hali) — Koddaki v(k) satırı bu formülün birebir karşılığı; adımı t farkı belirler.

terimler

türetim

$$v_k = v_{k-1} + \left(g - \frac{c_d}{m}\, v_{k-1}\right)(t_k - t_{k-1})$$

v_k: v(k), yeni hız · $t_k - t_{k-1}$: gerçek adım boyu · cd/m: 12.5/68.1

Kullanılacak bilgi: Adımı dt değil t(k) – t(k–1) belirler. Satır sonunda noktalı virgül yoksa sonuç her adımda ekrana basılır.

💎 **ÖZ:** Formül: Euler (kod hali)

📋 Adım adım — Soru 9 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) yöntem** — v(k) satırını Euler formülüyle karşılaştır. → **Euler**
2. **(b) adım** — t dizisini yaz, farklarına bak. → **Δt = 1 s (ilk adım 2 s)**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 9 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(c) fazla** — Kullanılmayan ve gereksiz satırları bul. → **dt, tf, l gereksiz**
4. **(d) düzelt** — Zamanı dt ile ilerlet, adım sayısını tf'den hesapla. → **t(k) = t(k–1) + dt**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Kodda dt = 0.1 yazıyor diye adımı 0.1 s sanmak; adımı t(k) – t(k–1) belirler.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) yöntem → (b) adım → (c) fazla → (d) düzelt

✓ Çözüm — Soru 9

sınav cevabı

- **(a)** v(k) = v(k–1) + eğim × (t(k) – t(k–1)) → **Euler**.
- **(b)** t(k) = k → t = 0, 2, 3, 4… İlk adım **2 s**, sonra **1 s**; dt = 0.1 hiç kullanılmıyor. v = 19.60, 25.80, 30.87 m/s.
- **(c)** dt ve tf kullanılmıyor; l yerine k–1 yeter. Noktalı virgülsüz satırlar her adımda ekrana basar.
- **(d)** t(k) = t(k–1) + dt; adım sayısı (tf – ti)/dt.
- Ek: clc komut penceresini, clf şekli, clear değişkenleri siler.

Sınavda yaz: *Since t(k) = k, the real step size is 1 s; dt is never used.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Adımı t(k) – t(k–1) belirler.

📌 K3 · RUNGE–KUTTA

- **Ne?** Euler iskeleti + daha iyi (ortalama) eğim · **Nerede?** HW1'de RK4; WRF'te RK3.

$$y_{i+1} = y_i + \phi\, h$$

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \cdots + a_n k_n$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- φ — increment function (ortalama eğim)
- k_1 — başlangıç eğimi
- k_2, k_3... — ara noktalardaki eğim
- n — aşama sayısı (n ≤ 4: mertebe n)

💎 **ÖZ:** Euler = RK1 · Heun = RK2.

📌 K3 · HEUN ve RK4

$$y_{i+1} = y_i + \frac{k_1 + k_2}{2} h$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- Heun: k_2 = f(x + h, y + k_1h)
- RK4: k_2 = f(x + h/2, y + k_1h/2)
- RK4: k_3 = f(x + h/2, y + k_2h/2)
- RK4: k_4 = f(x + h, y + k_3h)

💎 **ÖZ:** Üstteki Heun, alttaki RK4.

📌 K3 · WRF'İN RK3'Ü

$$\phi' = \phi^t + \frac{\Delta t}{3} R(\phi^t)$$

$$\phi'' = \phi^t + \frac{\Delta t}{2} R(\phi')$$

$$\phi^{t+\Delta t} = \phi^t + \Delta t\, R(\phi'')$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- φ — ilerletilen değişken (u, θ, nem)
- R(φ) — sağ taraf = eğim
- WRF kuralı: Δt (s) ≈ 6 × Δx (km)

💎 **ÖZ:** Üç aşama da ESKİ değerden başlar.

📌 K3 · YAZ + SINAVDA YAZ

Heun, RK4, WRF RK3

- Eğim sayısı = mertebe: Euler 1 · Heun 2 · RK3 3 · RK4 4.
- **RK 3rd(2):** WRF RK3 doğrusalda 3., doğrusal olmayanda 2. mertebe (diğer anlam: gömülü 3(2) çifti).

💎 **ÖZ:** Mertebe ↑ → daha büyük adım.

✓ S10 · HEUN: 1 ADIM

tanım web'de çöz

dy/dx = $4e^{0.8x}$ − 0.5y, y(0) = 2, h = 1. Heun ile y(1)? Gerçek: 6.194631.

Use **Heun's method** (no iteration) to compute y(1).

Compare with Euler and the true value.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Önce tahmin, sonra düzeltme.

📋 Ne istiyor? — Soru 10

formül

Ne istiyor? dy/dx = 4·exp(0.8x) − 0.5y, y(0) = 2, h = 1 için Heun ile y(1); Euler ve gerçek değerle (6.194631) karşılaştırma.

Soru tipi: Hesap · Heun (tahmin–düzelt)

animasyon

- *Heun's method (without iteration)* → Heun yöntemi (iterasyonsuz) · tahmin Euler, düzelt eğim ortalaması
- *predictor–corrector* → tahmin–düzelt · $y^0 = y_i + k_1 h$, sonra $(k_1 + k_2)/2$

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«y(0) = 2»* → Başlangıç değeri. → **$k_1 = 2$**
- *«h = 1»* → Adım boyu. → **h = 1**
- *«Heun's method»* → Baş ve uç eğiminin ortalaması. → **k_2**
- *«Gerçek: 6.194631»* → Hata hesabı için gerçek değer. → **koşul = 6.194631**

- *«compute y(1)»* → Bulunacak değer. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Heun (tahmin–düzelt)

📋 Hangi formül? — Soru 10

Heun yöntemi — «Heun's method» = baştaki ve uçtaki eğimin ortalamasıyla atılan tek adım.

terimler

türetim

$$y_{i+1} = y_i + \frac{k_1 + k_2}{2}\, h, \qquad k_2 = f(x_i + h,\ y_i + k_1 h)$$

k_1: baş eğimi $f(x_i, y_i)$ · k_2: uç eğimi, Euler tahmininde · h: adım = 1

💎 **ÖZ:** Formül: Heun yöntemi

📋 Adım adım — Soru 10 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **k_1** — Başlangıç noktasında eğimi hesapla. → **$k_1 = 3$**
2. **tahmin** — Euler ile y'yi adımın sonuna taşı. → **$y^0 = 5$**
3. **k_2** — Uçta (x = 1, y = 5) eğimi hesapla. → **$k_2 = 6.402164$**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 10 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **düzelt** — İki eğimin ortalamasıyla adımı yeniden at. → **y(1) = 6.701082**


4. adım

5. **hata** — Heun ve Euler'i gerçek değerle karşılaştır. → **Heun −8.18 % · Euler +19.3 %**


5. adım

⚠️ **Tuzak:** Düzeltmeyi y^0 = 5'ten başlatmak; düzeltme de eski y = 2'den başlar, yalnız eğim ortalanır.

💎 **ÖZ:** Plan: k_1 → tahmin → k_2 → düzelt → hata

✓ Çözüm — Soru 10

sınav cevabı

- **Baş eğimi:** k_1 = f(0, 2) = 4 – 1 = **3**
- **Tahmin (Euler):** y^0 = 2 + 3·1 = **5**
- **Uç eğimi:** k_2 = f(1, 5) = $4e^{0.8}$ – 2.5 = 8.902164 – 2.5 = **6.402164**
- **Düzelt:** y(1) = 2 + (3 + 6.402164)/2 = **6.701082**
- **Hata:** Heun **–8.18 %** · Euler (y = 5) **+19.3 %**
- **Neden iyi?** baş + uç eğiminin ortalaması → 2. mertebe

Sınavda yaz: *Heun averages the slopes at the start and end of the step (predictor–corrector).*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** k_1 = 3, k_2 = 6.402, y(1) = 6.701.

✓ S11 · KLASİK RK4 (HW1)

tanım web'de çöz

Aynı ODE, y(0) = 2, h = 0.5. Klasik RK4 ile y(0.5)? Gerçek: 3.751521.

Use the **classical fourth-order RK method** with h = 0.5 from x = 0 to 0.5.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Dört eğim: baş, iki orta, uç.

📋 Ne istiyor? — Soru 11

formül

Ne istiyor? Aynı ODE'de y(0) = 2, h = 0.5 için klasik RK4 ile y(0.5) ve gerçek değerle (3.751521) karşılaştırma.

Soru tipi: Hesap · klasik RK4

animasyon

- *classical fourth-order RK method* → klasik dördüncü mertebe RK · 4 eğim; ortadakiler çift ağırlık
- *from x* = 0 *to* 0.5 → x = 0'dan 0.5'e · h = 0.5 ile tek adım

---

💎 **ÖZ:** Hesap · klasik RK4

📋 Verilenler — Soru 11

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«y(0) = 2»* → Başlangıç değeri. → **k_1 = 2**
- *«h = 0.5»* → Adım boyu. → **k_2, k_3 = 0.5**
- *«classical fourth-order RK method»* → Dört eğim, ortadakiler çift ağırlık. → **k_4**
- *«Gerçek: 3.751521»* → Karşılaştırma değeri. → **koşul = 3.751521**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 11

Klasik RK4 — «Classical fourth-order RK» deniyor; dört eğimin 1-2-2-1 ağırlıklı ortalaması.

terimler

türetim

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

k_1: baş eğimi · k_2, k_3: orta nokta eğimleri $(x + h/2)$ · k_4: uç eğimi, $y + k_3 h$ ile

---

💎 **ÖZ:** Formül: Klasik RK4

📋 Adım adım — Soru 11 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **k_1, k_2** — Baş eğimini, sonra k_1 ile yarım adımdaki orta eğimi bul. → **$k_1 = 3 \cdot k_2 = 3.510611$**
2. **k_3** — Orta noktaya bu kez k_2 ile git, eğimi hesapla. → **$k_3 = 3.446785$**
3. **k_4** — Uca k_3 ile tam adım git, eğimi hesapla. → **$k_4 = 4.105603$**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 11 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **φ ve y** — Eğimleri 1-2-2-1 ağırlıkla ortala, adımı at. → **y(0.5) = 3.751699**
5. **hata** — Gerçek değerle yüzde hatayı bul. → **hata −0.0047 %**

4. adım

5. adım

⚠️ **Tuzak:** k_3 ve k_4'te y'yi bir önceki eğimle ilerletmeyi unutmak; k_2, k_3 yarım adım (h/2), k_4 tam adım ister.

💎 **ÖZ:** Plan: k_1, k_2 → k_3 → k_4 → φ ve y → hata

✓ Çözüm — Soru 11

sınav cevabı

- k_1 = f(0, 2) = **3**
- k_2 = f(0.25, 2.75) = $4e^{0.2}$ − 1.375 = **3.510611**
- k_3 = f(0.25, 2.877653) = 4.885611 − 1.438826 = **3.446785**
- k_4 = f(0.5, 3.723392) = $4e^{0.4}$ − 1.861696 = **4.105603**
- **φ** = (3 + 2·3.510611 + 2·3.446785 + 4.105603)/6 = **3.503399**
- **y(0.5)** = 2 + 3.503399·0.5 = **3.751699** → hata −0.0047 %

Sınavda yaz: *RK4 uses four slopes; the two midpoint slopes get double weight.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** y(0.5) = 3.751699 ≈ gerçek.

✓ S12 · WRF RK3: 1 ADIM

tanım web'de çöz

dv/dt = 9.8 − 0.18355v, v(0) = 0, Δt = 2 s. WRF RK3 ile bir adım; Euler (19.60) ve analitik (16.405) ile karşılaştır.

Advance one step with **WRF's three-stage Runge–Kutta** scheme. Why does WRF use it?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Üç aşama da eski değerden başlar.

📋 Ne istiyor? — Soru 12

formül

Ne istiyor? dv/dt = 9.8 − 0.18355v, v(0) = 0, Δt = 2 s için WRF RK3 ile v(2); Euler ve analitikle karşılaştırma, WRF'in neden RK3 kullandığı.

Soru tipi: Hesap · WRF RK3, 1 adım

animasyon

- *three-stage Runge–Kutta scheme* → üç aşamalı Runge–Kutta şeması · Δt/3, Δt/2, Δt; hepsi φ^t'den
- *why does WRF use it* → WRF neden bunu kullanır · 3. mertebe + büyük kararlı Δt

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«dv/dt = 9.8 − 0.18355v»* → Sağ taraf fonksiyonu. → **R(φ)**
- *«v(0) = 0»* → Başlangıç hızı. → $\boldsymbol{\varphi^t = 0}$
- *«Δt = 2 s»* → Adım boyu. → **φ′, φ″ = 2 s**
- *«three-stage Runge–Kutta»* → Δt/3, Δt/2, Δt aşamaları. → **φ′, φ″**

- *«Why does WRF use it?»* → Neden tercih edildiği soruluyor. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · WRF RK3, 1 adım

📋 Hangi formül? — Soru 12

WRF RK3 (üç aşama) — «WRF's three-stage Runge–Kutta» deniyor; her aşama eski değerden yeni bir eğimle başlar.

terimler

türetim

$$\phi' = \phi^t + \frac{\Delta t}{3} R(\phi^t), \quad \phi'' = \phi^t + \frac{\Delta t}{2} R(\phi'), \quad \phi^{t+\Delta t} = \phi^t + \Delta t\, R(\phi'')$$

φᵗ: eski değer, v(0) = 0 · R(φ): sağ taraf = eğim · φ′, φ″: ara aşama değerleri

---

💎 **ÖZ:** Formül: WRF RK3 (üç aşama)

📋 Adım adım — Soru 12 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **aşama 1** — Eski değerdeki eğimle Δt/3 ilerle. → **v′ = 6.5333**
2. **aşama 2** — v′deki eğimle, yine 0'dan Δt/2 ilerle. → **v″ = 8.6008**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 12 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **aşama 3** — v″'deki eğimle 0'dan tam Δt ilerle. → **v(2) = 16.443 m/s**
4. **kıyas** — Hataları karşılaştır, WRF'in tercih nedenini yaz. → **RK3 −0.23 % · Euler −19.5 %**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Aşama 2 ve 3'ü bir önceki aşamanın değerinden başlatmak; üç aşama da φ^t'den (burada 0) başlar.

💎 **ÖZ:** Plan: aşama 1 → aşama 2 → aşama 3 → kıyas

✓ Çözüm — Soru 12

sınav cevabı

- **Aşama 1:** $v' = 0 + (2/3)\cdot 9.8 = \mathbf{6.5333}$
- **Aşama 2:** $R(v') = 9.8 - 0.18355\cdot 6.5333 = 8.6008$ $\rightarrow v'' = 0 + 1\cdot 8.6008 = \mathbf{8.6008}$
- **Aşama 3:** $R(v'') = 9.8 - 0.18355\cdot 8.6008 = 8.2213$ $\rightarrow v(2) = 0 + 2\cdot 8.2213 = \mathbf{16.443}$
- **Hata:** RK3 −0.23 % · Euler −19.5 %
- **Neden WRF?** 3. mertebe doğruluk + yüksek mertebeli adveksiyonla daha büyük Courant sayısında (≈ 1.4) kararlı → büyük Δt.

Sınavda yaz: *WRF uses a three-stage RK scheme that allows a larger stable time step.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 6.533 → 8.601 → 16.443 m/s.

GB KISIM A · TERİMLER 1/2

- **advection** (ıd-VEK-şın) · n — adveksiyon
  - *Cold advection lowers the temperature.*
- **divergence** (day-VÖR-cıns) · n — diverjans
  - *Surface divergence goes with sinking air.*
- **material derivative** · n — toplam türev
  - *It follows the air parcel.*
- **slope** (slop) · n — eğim
  - *The slope is taken at the old point.*
- **step size** (step sayz) · n — adım boyu
  - *A smaller step size gives a smaller error.*

💎 **ÖZ:** advection · divergence · slope · step size.

GB KISIM A · TERİMLER 2/2

- **truncation error** (tranq-KEY-şın) · n — kesme hatası
  - *It comes from dropping Taylor terms.*
- **terminal velocity** (TÖR-mi-nıl) · n — son hız
  - *The jumper reaches 53 m/s.*
- **ODE** · n — adi diferansiyel denklem
  - *An ODE has one independent variable.*
- **overestimate** (o-vır-ES-ti-meyt) · v — fazla tahmin etmek
  - *Euler overestimates the velocity.*
- **Kalıp:** *The smaller the step, the smaller the error.*

💎 **ÖZ:** «The …-er, the …-er» = ne kadar …, o kadar ….

KISIM B · FARK + PDE + LAPLACE

🧭 KISIM B · NE VAR

- **K4** Taylor + ileri/geri/merkezi fark → S13–S15
- **K5** PDE sınıflandırma, karakteristik → S16–S18
- **K6** Fourier, Laplace, Liebmann, sınır koşulu → S19–S23
- **K7** Thomas, Jacobi, Gauss–Seidel → S24–S25

💎 **ÖZ:** Bu kısım geçen yılın vize çekirdeği.

📌 K4 · TAYLOR SERİSİ

- **Ne?** Komşu noktadaki değeri türevlerle yazmak.
- **Nerede?** Bütün fark şemalarının kaynağı.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)\,h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_i)}{3!}h^3 + \dots$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- h = Δx — adım (ızgara aralığı)
- $f(x_{i+1})$ — ileri komşu
- $f'(x_i)$ — bulmak istediğimiz türev
- h^2'li ve sonrası — atılırsa hata

💎 **ÖZ:** Atılan ilk terim = kesme hatası.

📌 K4 · ÜÇ FARK ŞEMASI

$$\text{ileri:} \quad f_i' \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{h} \qquad O(h)$$

$$\text{geri:} \quad f_i' \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{h} \qquad O(h)$$

$$\text{merkezi:} \quad f_i' \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \qquad O(h^2)$$

- Nokta sayısı: ileri 2 · geri 2 · merkezi 3 (ortadaki katsayı 0)
- Merkezi farkta h^2'li terimler birbirini götürür → daha doğru

---

💎 **ÖZ:** İleri/geri O(h), merkezi O(h^2).

📌 K4 · İKİNCİ TÜREV

$$f''(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} \qquad O(h^2)$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- f_{i+1} + f_{i-1} − 2f_i — komşulardan sapma
- h² — paydada adımın karesi
- ileri + geri Taylor toplanır
- ısı ve Laplace denkleminin kalbi

💎 **ÖZ:** «1, −2, 1» kalıbı = ikinci türev.

📌 K4 · YAZ + SINAVDA YAZ

Üç fark + ikinci türev

- *The centered difference is second-order accurate: halving h cuts the error by four.*
- *Forward and backward differences use two points; centered uses three.*

💎 **ÖZ:** h yarıya: O(h) hata ½, O(h^2) hata ¼.

✓ S13 · MERKEZİ FARKI TÜRET

tanım web'de çöz

İleri ve geri Taylor serisinden merkezi fark formülünü türet; kesme hatasını yaz.

Derive the **centered difference** for f′ from forward and backward Taylor series and give its **truncation error**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** İki seriyi çıkar.

📋 Ne istiyor? — Soru 13

formül

Ne istiyor? İleri ve geri Taylor serilerinden f′ için merkezi fark formülü ve kesme hatası.

Soru tipi: Türetme · merkezi fark

animasyon

- *centered difference* → merkezi fark · $(f_{i+1} - f_{i-1})/2h$, $O(h^2)$
- *truncation error* → kesme hatası · atılan ilk terim: $-f'''h^2/6$

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«forward and backward Taylor series»* → İki seri yazılıp çıkarılacak. → **f_{i+1}, f_{i-1}**
- *«centered difference»* → Paydada 2h olan fark. → **2h**
- *«truncation error»* → Atılan ilk terim. → **$-f'''h^2/6$**

💎 **ÖZ:** Türetme · merkezi fark

📋 Hangi formül? — Soru 13

Merkezi fark + kesme hatası — «Derive the centered difference» isteniyor; iki seri çıkarılınca geriye bu kalır.

terimler

türetim

$$f'(x_i) = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} - \frac{f'''(x_i)}{6} h^2 - \dots$$

f_{i+1}, f_{i-1}: sağ ve sol komşu · 2h: iki komşu arası uzaklık · $-f'''h^2/6$: kesme hatası → $O(h^2)$

💎 **ÖZ:** Formül: Merkezi fark + kesme hatası

📋 Adım adım — Soru 13 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **iki seri** — f(x + h) ve f(x − h)'yi Taylor ile aç. → **ileri ve geri seri**
2. **çıkar** — Geri seriyi ileriden çıkar; f″ terimleri gider. → **f″ terimi yok oldu**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 13 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **2h'ye böl** — f″'yü yalnız bırak, kalan ilk terimi hata olarak yaz. → **hata $O(h^2)$**
4. **topla** — Serileri toplarsan ikinci türev formülü çıkar. → **f″: 1, −2, 1 kalıbı**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** 2h yerine h'ye bölmek ya da hatayı O(h) yazmak; merkezi farkta f″ terimi düştüğü için hata $O(h^2)$.

💎 **ÖZ:** Plan: iki seri → çıkar → 2h'ye böl → topla

✓ Çözüm — Soru 13

sınav cevabı

- **İleri:** f_{i+1} = f_i + f′h + f″h²/2 + f‴h³/6 + …
- **Geri:** f_{i-1} = f_i − f′h + f″h²/2 − f‴h³/6 + …
- **Çıkar:** $f_{i+1} - f_{i-1}$ = 2f′h + f‴h³/3 + … (f″ terimleri gitti!)
- **2h'ye böl:**

$$f'(x_i) = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} - \frac{f'''(x_i)}{6} h^2 - \dots$$

- Hata h² ile orantılı → **O(h²)**. Toplarsan ikinci türev formülü çıkar.

Sınavda yaz: *Subtracting the backward from the forward series cancels the h² terms.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Çıkar → f′, O(h²); topla → f″.

✓ S14 · ÜÇ FARK, SAYIYLA

tanım web'de çöz

f(x) = −0.1x⁴ − 0.15x³ − 0.5x² − 0.25x + 1.2. x = 0.5'te f''yi h = 0.5 ile üç şemayla bul. Gerçek: −0.9125.

Estimate f′(0.5) with **forward, backward and centered differences**, h = 0.5. Compute the **true percent relative error**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Önce f(0), f(0.5), f(1).

📋 Ne istiyor? — Soru 14

formül

Ne istiyor? f(x) polinomu için x = 0.5'te f″nin h = 0.5 ile ileri, geri ve merkezi fark tahmini ve gerçek değere (−0.9125) göre yüzde hata.

Soru tipi: Hesap · ileri, geri, merkezi fark

animasyon

- *forward, backward and centered differences* → ileri, geri ve merkezi farklar · 2 nokta · 2 nokta · 3 nokta
- *true percent relative error* → gerçek yüzde bağıl hata · |gerçek − yaklaşık| / |gerçek| × 100

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«x = 0.5'te f″yi»* → Türevin alınacağı nokta. → **merkezi = 0.5**
- *«h = 0.5»* → Adım boyu. → **ileri = 0.5**
- *«Gerçek: −0.9125»* → Yüzde hata için gerçek değer. → **koşul = −0.9125**

- *«forward, backward and centered differences»* → Üç şema da uygulanacak. → **geri**
- *«true percent relative error»* → İstenen yüzde hata. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · ileri, geri, merkezi fark

📋 Hangi formül? — Soru 14

Üç fark şeması — Soru üç şemayı birden istiyor: ileri, geri ve merkezi.

terimler

türetim

$$\frac{f_{i+1} - f_i}{h}, \qquad \frac{f_i - f_{i-1}}{h}, \qquad \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$$

ileri: O(h), sağ komşu · geri: O(h), sol komşu · merkezi: O(h²), iki komşu, 2h'ye böl

---

💎 **ÖZ:** Formül: Üç fark şeması

📋 Adım adım — Soru 14 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **değerler** — f(0), f(0.5), f(1)'i hesapla. → **1.2 · 0.925 · 0.2**
2. **ileri** — Sağ komşuyla farkı h'ye böl. → **−1.45 · hata 58.9 %**
3. **geri** — Sol komşuyla farkı h'ye böl. → **−0.55 · hata 39.7 %**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 14 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **merkezi** — İki komşunun farkını 2h'ye böl. → **−1.0 · hata 9.6 %**
5. **h = 0.25** — h'yi yarıya indir, hataların nasıl küçüldüğüne bak. → **ileri hata ½ · merkezi ¼**

4. adım

5. adım

⚠️ **Tuzak:** Merkezi farkta 2h yerine h'ye bölmek; yüzde hatanın paydasına gerçek değeri (−0.9125) koymamak.

💎 **ÖZ:** Plan: değerler → ileri → geri → merkezi → h = 0.25

✓ Çözüm — Soru 14

sınav cevabı

- **Değerler:** f(0) = 1.2 · f(0.5) = 0.925 · f(1) = 0.2
- **İleri:** (0.2 − 0.925)/0.5 = **−1.45** → ε = 58.9 %
- **Geri:** (0.925 − 1.2)/0.5 = **−0.55** → ε = 39.7 %
- **Merkezi:** (0.2 − 1.2)/1.0 = **−1.0** → ε = 9.6 %
- **h = 0.25 ile:** ileri −1.155 (26.5 %) · geri −0.714 (21.7 %) · merkezi −0.934 (2.4 %)
- **Mertebe:** ileri hata ≈ ½ → O(h); merkezi ≈ ¼ → $O(h^2)$

Sınavda yaz: *The centered difference is the most accurate.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** −1.45 · −0.55 · −1.0 (gerçek −0.9125).

✓ S15 · İKİNCİ TÜREV

tanım web'de çöz

Aynı f(x) için f″(0.5)'i h = 0.5 ve h = 0.25 ile merkezi farkla bul. Gerçek: −1.75. Mertebe?

Estimate f″(0.5) with the **centered second difference** for h = 0.5 and 0.25 and determine the **order**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** 1, −2, 1 kalıbı.

📋 Ne istiyor? — Soru 15

formül

Ne istiyor? Aynı f(x) için f″(0.5)'in h = 0.5 ve 0.25 ile merkezi farkla tahmini ve hatalardan doğruluk mertebesi (gerçek –1.75).

Soru tipi: Hesap · ikinci türev, mertebe

animasyon

- *centered second difference* → merkezi ikinci fark · $(f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1})/h^2$
- *determine the order* → mertebeyi bul · h yarıya, hata ¼ → $O(h^2)$

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«h = 0.5 ve h = 0.25»* → İki adım boyuyla hesap. → **h^2 = 0.25; 0.0625**
- *«centered second difference»* → 1, –2, 1 kalıbı. → **$f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i$**
- *«Gerçek: –1.75»* → Hata için gerçek değer. → **koşul = –1.75**

- *«Mertebe?»* → Hata oranından mertebe. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · ikinci türev, mertebe

📋 Hangi formül? — Soru 15

İkinci türev (merkezi) — «Centered second difference» = 1, –2, 1 katsayılı kalıp.

terimler

türetim

$$f''(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2}$$

$f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i$: komşulardan sapma · h^2: adımın karesi, paydada

---

💎 **ÖZ:** Formül: İkinci türev (merkezi)

📋 Adım adım — Soru 15

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **h = 0.5** — Komşuları ve merkezi 1, −2, 1 ile birleştir, h^2 = 0.25'e böl. → **f″ ≈ −1.80**
2. **h = 0.25** — f(0.25), f(0.75) ile tekrarla, h^2 = 0.0625'e böl. → **f″ ≈ −1.7625**
3. **mertebe** — Hataları karşılaştır, oranı bul. → **4 kat azaldı → $O(h^2)$**

1. adım

2. adım

3. adım

⚠️ **Tuzak:** Paydaya h^2 yerine h ya da 2h koymak; ortadaki f_i'yi 2 ile çarpmayı unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: h = 0.5 → h = 0.25 → mertebe

✓ Çözüm — Soru 15

sınav cevabı

- **h = 0.5:** (f(1) − 2f(0.5) + f(0))/0.25 = (0.2 − 1.85 + 1.2)/0.25 = **−1.80**
- **h = 0.25:** f(0.75) = 0.636328, f(0.25) = 1.103516
- (0.636328 − 1.85 + 1.103516)/0.0625 = **−1.7625**
- **Hatalar:** −0.05 → −0.0125 → **4 kat azaldı** → $O(h^2)$
- **Neden önemli?** Isı denklemindeki $\partial^2T/\partial x^2$ tam bu formülle ayrıklaştırılır.

Sınavda yaz: *Halving h reduced the error by four: second-order accurate.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** −1.80 → −1.7625; hata ¼.

📌 K5 · PDE SINIFLANDIRMA

- **Ne?** 2. mertebe PDE'nin tipini $B^2 - 4AC$ belirler.
- **Nerede?** Çözüm yolunu seçer: iterasyon mu, zamanda ilerletme mi.

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D = 0$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- A, B, C — ikinci türev katsayıları
- D — birinci türevler, u, kaynak
- $B^2 - 4AC$ — ayırt edici (discriminant)

💎 **ÖZ:** < 0 eliptik · $= 0$ parabolik · > 0 hiperbolik.

📌 K5 · ÜÇ TİP

- **Eliptik (< 0):** kararlı hal (steady state) · Laplace · sınır değer problemi → iterasyon
- **Parabolik (= 0):** uzayda ve zamanda değişir, yayılır · ısı iletimi · zamanda ilerlet (marching)
- **Hiperbolik (> 0):** değişir ve salınır · dalga · bilgi karakteristikler boyunca sonlu hızla gider
- **Karakteristik eğimi:** $dy/dx = (B \pm \sqrt{(B^2 - 4AC)}) / 2A$ — yalnız hiperbolikte iki gerçek yön

---

💎 **ÖZ:** Levha · çubuk · tel → eliptik · parabolik · hiperbolik.

📌 K5 · YAZ + SINAVDA YAZ

Genel form + üç tip + örnekler

- *Elliptic equations describe steady-state (equilibrium) problems such as the Laplace equation.*
- *Parabolic: heat conduction; hyperbolic: wave propagation.*

💎 **ÖZ:** B^2 – 4AC'yi hesaplamadan tip söyleme.

✓ S16 · SINIFLANDIR

tanım web'de çöz

Her denklemi sınıflandır (değişkenler x, y ya da x, t).

Classify each equation as elliptic, parabolic or hyperbolic.

$$
\begin{aligned}
&(a) \quad T_{xx} + T_{yy} = 0 \\
&(b) \quad k\,T_{xx} - T_t = 0 \\
&(c) \quad u_{tt} - 4u_{xx} = 0 \\
&(d) \quad u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} = 0 \\
&(e) \quad u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0 \\
&(f) \quad T_{xx} + T_{yy} = -f
\end{aligned}
$$

💎 **ÖZ:** Önce A, B, C'yi yaz.

✓ S16 · CEVABINI YAZ

Her denklem: A, B, C → $B^2 - 4AC$ → tip

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Birinci türevler tipe girmez.

📋 Ne istiyor? — Soru 16

formül

Ne istiyor? Altı PDE'nin her biri için A, B, C katsayıları, $B^2 - 4AC$'nin işareti ve tipi (eliptik, parabolik, hiperbolik).

Soru tipi: Sınıflandırma · $B^2 - 4AC$

animasyon

- *classify as elliptic, parabolic or hyperbolic* → eliptik, parabolik ya da hiperbolik diye ayır · $B^2 - 4AC$: < 0, $= 0$, > 0
- *second-order terms* → ikinci mertebe terimler · tipi yalnız bunlar belirler

---

💎 **ÖZ:** Sınıflandırma · $B^2 - 4AC$

📋 Verilenler — Soru 16

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Her denklemi sınıflandır»* → Her biri için diskriminant. → **$B^2 - 4AC$**
- *«elliptic, parabolic or hyperbolic»* → Üç tipten biri seçilecek. → **istenen**
- *«değişkenler x, y ya da x, t»* → A, B, C katsayıları buna göre okunur. → **A, B, C**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 16

Genel 2. mertebe PDE — «Classify» deniyor; tip yalnız A, B, C'den hesaplanan $B^2 - 4AC$ ile belirlenir.

terimler

türetim

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D = 0$$

A, B, C: ikinci türev katsayıları · D: birinci türevler, u, kaynak · $B^2 - 4AC$: ayırt edici; işareti tipi verir

---

💎 **ÖZ:** Formül: Genel 2. mertebe PDE

📋 Adım adım — Soru 16 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) (f)** — Laplace ve Poisson: A = 1, B = 0, C = 1. → **ikisi de eliptik**
2. **(b)** — x, t değişkenleri: A = k, B = 0, C = 0 (–Tt birinci türev). → **parabolik (ısı)**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 16 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(c)** — x, t sırasıyla: A = −4 (uxx), C = 1 (utt). → **hiperbolik (dalga, c = 2)**

3. adım

4. **(d) (e)** — Karışık terimli iki denklem: B = 4 ve B = 2. → **(d) parabolik · (e) hiperbolik**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Birinci türevli terimleri (−Tt) tipe katmak ya da (x, t) değişkenlerinde A ile C'yi karıştırmak.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) (f) → (b) → (c) → (d) (e)

✓ Çözüm — Soru 16

sınav cevabı

- **(a)** A = 1, B = 0, C = 1 → −4 → **eliptik** (Laplace)
- **(b)** x, t: A = k, B = 0, C = 0 → 0 → **parabolik** (ısı)
- **(c)** A = −4, C = 1 → 0 − 4(−4)(1) = 16 → **hiperbolik** (dalga, c = 2)
- **(d)** 16 − 16 = 0 → **parabolik**
- **(e)** 4 − 4(1)(−3) = 16 → **hiperbolik**
- **(f)** Poisson: (a) gibi → **eliptik**; kaynak D'ye girer, tipi değiştirmez
- **Tuzak:** birinci türevli terimler ($-T_t$) tipe karışmaz.

Sınavda yaz: *The type depends only on the second-order terms.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** −4 · 0 · 16 · 0 · 16 · −4.

✓ S17 · KARAKTERİSTİK

tanım web'de çöz

∂u/∂t + c ∂u/∂x = 0, c = 1; t = 0'da tepe x = 0.25'te. (a) u hangi çizgilerde sabit? (b) t = 0.5'te tepe nerede? (c) Dalga denkleminde kaç karakteristik var?

Find the **characteristics** of the linear advection equation and locate the peak at t = 0.5.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** dx/dt = c çizgisi boyunca u sabit.

📋 Ne istiyor? — Soru 17

formül

Ne istiyor? ut + c ux = 0 (c = 1) için u'nun sabit kaldığı çizgiler, t = 0.5'te tepenin yeri ve dalga denkleminde karakteristik sayısı.

Soru tipi: Kavram + hesap · karakteristik

animasyon

- *find the characteristics* → karakteristikleri bul · dx/dt = c boyunca u sabit
- *linear advection equation* → doğrusal adveksiyon denklemi · u(x, t) = u_0(x − ct)

💎 **ÖZ:** Kavram + hesap · karakteristik

📋 Verilenler — Soru 17

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«c = 1»* → Taşıma hızı. → **dx/dt = c = 1**
- *«tepe x = 0.25'te»* → Başlangıç tepesinin yeri. → **u_0 = 0.25**
- *«t = 0.5»* → Tepenin aranacağı an. → **x − ct = 0.5**
- *«characteristics»* → u'nun sabit kaldığı çizgiler. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 17

Karakteristik ve çözüm — «Characteristics» soruluyor; u bu çizgiler boyunca değişmez.

terimler

türetim

$$\frac{dx}{dt} = c \;\Rightarrow\; u(x,t) = u_0(x - ct)$$

dx/dt = c: karakteristik çizgi · x – ct: çizgi boyunca sabit kalan · u_0: başlangıç profili

---

💎 **ÖZ:** Formül: Karakteristik ve çözüm

📋 Adım adım — Soru 17 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) çizgi** — dx/dt = c boyunca u'nun toplam türevini yaz. → **x − ct = sabit**
2. **çözüm** — Çözümü başlangıç profiliyle yaz. → **u = u₀(x − ct)**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 17 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(b) tepe** — Başlangıç konumuna ct ekle. → **x = 0.75**

3. adım

4. **(c) dalga** — utt = c^2 uxx için karakteristik eğimlerini yaz. → **iki karakteristik: ±c**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Tepeyi x = ct = 0.5'e koymak (başlangıç konumu 0.25 eklenir); dalga denkleminde iki karakteristik var.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) çizgi → çözüm → (b) tepe → (c) dalga

✓ Çözüm — Soru 17

sınav cevabı

- **(a)** dx/dt = c boyunca du/dt = ∂u/∂t + c ∂u/∂x = 0 → u sabit. Çizgiler: x − ct = sabit.
- **Çözüm:** u(x, t) = u_0(x − ct) → şekil bozulmadan c hızıyla kayar.
- **(b)** x = 0.25 + 1 × 0.5 = **0.75** (advection.m'deki puls).
- **(c)** u_{tt} = c²u_{xx} → dx/dt = **±c** → iki karakteristik; puls ikiye ayrılıp sola ve sağa gider.
- **Neden önemli?** Sayısal şema bilgiyi bu çizgiyi izleyecek noktalardan almalı → CFL.

Sınavda yaz: *Along dx/dt = c the solution is constant: the profile is advected without change.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Tepe 0.25 → 0.75; dalga denkleminde ±c.

✓ S18 · TİP DEĞİŞİR Mİ?

tanım web'de çöz

(a) y·u_{xx} + u_{yy} = 0 denkleminin tipi y'ye göre nasıl değişir?
(b) Isınan levha (kararlı), soğuyan çubuk, titreşen tel hangi tip?

(a) How does the type of y u_xx + u_yy = 0 depend on y? (b) Classify a steady plate, a cooling rod and a vibrating string.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Katsayı değişkense tip de değişebilir.

📋 Ne istiyor? — Soru 18

formül

Ne istiyor? y·uxx + uyy = 0 denkleminin tipinin y'ye göre nasıl değiştiği ve levha, çubuk, telin hangi tip olduğu.

Soru tipi: Sınıflandırma · değişken katsayı

animasyon

- *how does the type depend on y* → tip y'ye göre nasıl değişir · $B^2 - 4AC = -4y$; işaret y'den
- *steady plate, cooling rod, vibrating string* → kararlı levha, soğuyan çubuk, titreşen tel · eliptik · parabolik · hiperbolik

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«y u_xx + u_yy = 0»* → u_xx katsayısı y, u_yy katsayısı 1. → **A = y = y**
- *«u_yy»* → İkinci katsayı 1. → **C = 1 = 1**
- *«depend on y»* → Diskriminantın işareti y'ye bağlı. → **−4y**

- *«steady plate, a cooling rod and a vibrating string»* → Fiziksel örneklerin tipi istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Sınıflandırma · değişken katsayı

📋 Hangi formül? — Soru 18

Ayırt edici — Tip $B^2 - 4AC$'nin işaretinden okunur; A = y olduğu için işaret y'ye bağlı.

terimler

türetim

$$B^2 - 4AC = 0 - 4\,(y)(1) = -4y$$

A = y: uxx katsayısı, değişken · C = 1: uyy katsayısı · −4y: y > 0'da eksi, y < 0'da artı

Kullanılacak bilgi: Tip noktanın özelliğidir; değişken katsayıda bir denklemde üç bölge olabilir. Kararlı → eliptik, yayılma → parabolik, salınım → hiperbolik.

💎 **ÖZ:** Formül: Ayırt edici

📋 Adım adım — Soru 18

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **$B^2 - 4AC$** — A = y, B = 0, C = 1 ile ayırt ediciyi yaz. → **$B^2 - 4AC = -4y$**
2. **bölgeler** — İşareti y > 0, y = 0, y < 0 için incele. → **üst eliptik · alt hiperbolik**
3. **(b) fizik** — Her durumu zaman ve davranışa göre eşle. → **levha E · çubuk P · tel H**

1. adım

2. adım

3. adım

⚠️ **Tuzak:** Değişken katsayıda tek bir tip yazmak; y = 0 çizgisi parabolik, iki yanı farklı tipte.

💎 **ÖZ:** Plan: $B^2 - 4AC$ → bölgeler → (b) fizik

✓ Çözüm — Soru 18

sınav cevabı

- **(a)** A = y, B = 0, C = 1 → $B^2 - 4AC = \mathbf{-4y}$
- y > 0 → **eliptik** · y = 0 → **parabolik** · y < 0 → **hiperbolik**
- Yani tip bir **noktanın** özelliği; tek denklemde üç bölge olabilir.
- **(b)** Kararlı levha → **eliptik** (zaman yok) · soğuyan çubuk → **parabolik** (yayılma) · titreşen tel → **hiperbolik** (salınım)

Sınavda yaz: *With variable coefficients the type can change from point to point.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** –4y: üstte eliptik, altta hiperbolik.

📌 K6 · FOURIER YASASI

- **Ne?** Isı akısı sıcaklık gradyanıyla orantılı, ters yönde.
- **Nerede?** Laplace ve ısı denkleminin türetimi.

$$q_x = -k\,\rho\,C\,\frac{\partial T}{\partial x} = -k'\,\frac{\partial T}{\partial x}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- q_x — ısı akısı, cal/(cm²·s)
- k — ısıl yayınım, cm²/s
- ρ yoğunluk · C ısı kapasitesi
- k′ = kρC — ısıl iletkenlik

💎 **ÖZ:** Eksi işaret: ısı sıcaktan soğuğa.

📌 K6 · LAPLACE + 5 NOKTA

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- Δx = Δy — kare ızgara
- her düğüm = 4 komşunun ortalaması
- 3 × 3 iç düğüm → 9 denklem

💎 **ÖZ:** Laplace = komşu ortalaması.

📌 K6 · LIEBMANN (GAUSS–SEIDEL)

$$T_{i,j}^{new} = \lambda T_{i,j}^{GS} + (1-\lambda) T_{i,j}^{old}$$

$$\varepsilon_a = \left| \frac{T^{new} - T^{old}}{T^{new}} \right| \times 100\%$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- T^{GS} — 4 komşu ortalaması (en yeni)
- λ = 1 Gauss–Seidel · 1 < λ < 2 aşırı
- $\varepsilon_a \le \varepsilon_s$ olunca dur

💎 **ÖZ:** Liebmann = Laplace'a uygulanan Gauss–Seidel.

📌 K6 · YAZ + SINAVDA YAZ

Fourier, Laplace, 5 nokta, Liebmann

- *Each interior node equals the average of its four neighbours.*
- *Dirichlet: fixed value on the boundary; Neumann: fixed derivative (e.g. insulated edge).*

💎 **ÖZ:** Sınırda değer → Dirichlet; türev → Neumann.

✓ S19 · LAPLACE'I TÜRET

tanım web'de çöz

Kalınlığı Δz olan levhada küçük bir eleman için ısı dengesi + Fourier yasasından Laplace denklemini türet.

Derive the Laplace equation from a **heat balance** on a plate element and **Fourier's law**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Giren – çıkan = depolama.

📋 Ne istiyor? — Soru 19

formül

Ne istiyor? Δz kalınlıklı levhada küçük bir elemanın ısı dengesi ve Fourier yasasından Laplace denklemine ulaşmak.

Soru tipi: Türetme · Laplace denklemi

animasyon

- *derive from a heat balance* → ısı dengesinden türet · giren − çıkan = depolama
- *Fourier's law* → Fourier yasası · q = −k′ ∂T/∂x

💎 **ÖZ:** Türetme · Laplace denklemi

📋 Verilenler — Soru 19

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«heat balance»* → Giren – çıkan = depolama (sıfır). → **∂qx/∂x**
- *«Fourier's law»* → Akı sıcaklık gradyanının eksi katı. → **k′**
- *«Kalınlığı Δz olan levhada»* → Eleman hacmi ΔxΔyΔz. → **qx, qy**
- *«Derive»* → Laplace denklemi türetilecek. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 19 (1/2)

Kararlı hal ısı dengesi — Denge yazılıp limit alınınca bu çıkar; içine Fourier yasası konunca Laplace olur.

terimler

türetim

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$

qx, qy: x ve y yönünde ısı akısı · ðqx/ðx: x yönünde akının net değişimi

---

💎 **ÖZ:** Kararlı hal ısı dengesi

📋 Hangi formül? — Soru 19 (2/2)

Fourier yasası — Akıyı sıcaklığa bağlar; dengeye konunca T için denklem çıkar.

$$q_x = -k' \frac{\partial T}{\partial x}$$

k′: ısıl iletkenlik = kρC · eksi işaret: ısı sıcaktan soğuğa akar

---

💎 **ÖZ:** Fourier yasası

📋 Adım adım — Soru 19 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **denge** — Eleman için giren – çıkan = depolama yaz. → **giren – çıkan = depolama**

1. adım

2. **limit** — Kararlı halde depolama = 0; ΔxΔyΔzΔt'ye böl, limit al. → **−∂qx/∂x − ∂qy/∂y = 0**

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 19 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **Fourier** — q = −k′ ∂T/∂x koy, k′ sabit. → **Laplace denklemi**


3. adım

4. **depolama** — Depolama varsa sonucun ısı denklemine döndüğünü not et. → **ısı denklemi (parabolik)**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** Kararlı halde depolamayı sıfırlamayı unutmak; Fourier yasasındaki eksi işareti atlamak.

💎 **ÖZ:** Plan: denge → limit → Fourier → depolama

✓ Çözüm — Soru 19

sınav cevabı

- **Denge:** giren – çıkan = depolama; x yönü [q(x) – q(x + Δx)]ΔyΔzΔt, y aynı
- **Kararlı hal:** depolama = 0 → ΔxΔyΔzΔt'ye böl, limit:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$

- **Fourier koy:** q = –k′∂T/∂x, k′ sabit → $T_{xx} + T_{yy} = 0$
- Depolama varsa (ρCΔT): ∂T/∂t = k($T_{xx} + T_{yy}$) → parabolik

Sınavda yaz: *At steady state, input equals output.*

adım adım

💎 **ÖZ:** Depolama yok → Laplace; var → ısı denklemi.

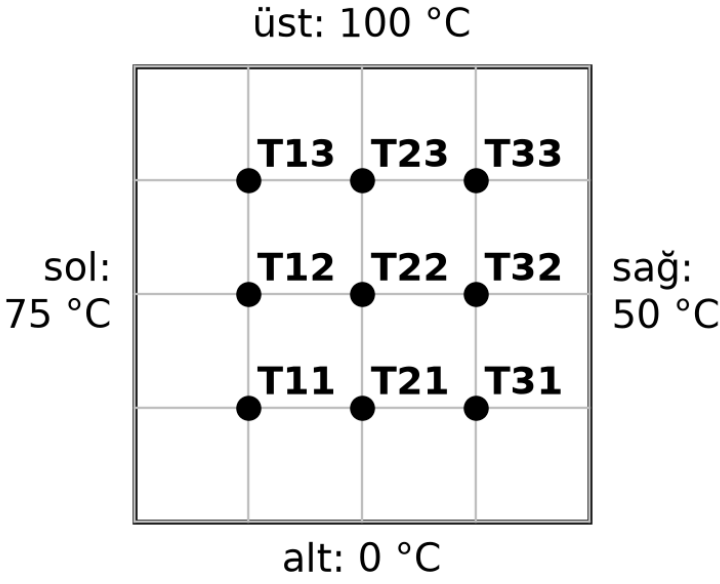
✓ S20 · 9 DENKLEMİ KUR

tanım web'de çöz

Levhanın 9 iç düğümü için fark denklemlerini yaz (Δx = Δy).

Write the nine **finite-difference equations** for the interior nodes and solve the system.

Kenar sıcaklıkları sabit (Dirichlet)



💎 **ÖZ:** Sınıra değen komşu → sağ tarafa.

✓ S20 · CEVABINI YAZ

9 denklem: bilinmeyenler solda, sınır değerleri sağda

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Her denklemde merkez katsayısı 4.

📋 Ne istiyor? — Soru 20

formül

Ne istiyor? 3×3 iç düğümlü levhada her düğüm için fark denklemi (sınır değerleri sağ tarafta) ve sistemin çözümü.

Soru tipi: Hesap · Laplace 3×3 sistemi

animasyon

- *write the finite-difference equations* → sonlu fark denklemlerini yaz · $4T_{ij}$ – 4 komşu = sınır değerleri
- *Dirichlet boundary conditions* → Dirichlet sınır koşulları · kenar sıcaklığı sabit → sağ taraf

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«9 iç düğümü»* → Dokuz bilinmeyen, dokuz denklem. → $\mathbf{T_{i,j}}$
- *«Δx = Δy»* → Katsayı 4 ve komşular 1. → **dört komşu**
- *«finite-difference equations»* → Laplace'ın fark hali. → **dört komşu**

- *«solve the system»* → Sistem çözülecek. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Laplace 3×3 sistemi

📋 Hangi formül? — Soru 20

Laplace 5 noktalı şablon — «Finite-difference equations» isteniyor; Δx = Δy'de Laplace bu şablona iner.

terimler

türetim

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$T_{i,j}$: merkez düğüm, katsayı −4 · dört komşu: sağ, sol, üst, alt · sınır komşusu: bilindiği için sağ tarafa

---

💎 **ÖZ:** Formül: Laplace 5 noktalı şablon

📋 Adım adım — Soru 20 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **şablon** — Her iç düğüme 5 noktalı şablonu uygula, işaretleri çevir. → **merkez katsayısı 4**


1. adım

2. **alt sıra** — j = 1 düğümlerini yaz: sol 75, sağ 50, alt 0. → **sağ taraf 75 · 0 · 50**


2. adım

3. **orta, üst** — j = 2 ve j = 3 sıralarını aynı yolla yaz. → **75 · 0 · 50 · 175 · 100 · 150**


3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 20 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **çözüm** — 9 × 9 sistemi çöz, sonuçları ızgaraya yerleştir. → **T22 = 56.25 °C**
5. **matris** — Matrisin yapısını yorumla. → **köşegen baskın**

4. adım

5. adım

⚠️ **Tuzak:** Sınır komşusunu bilinmeyen gibi solda bırakmak; köşe düğümlerinde iki kenar değerini toplamayı unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: şablon → alt sıra → orta, üst → çözüm → matris

✓ Çözüm — Soru 20 (1/2)

sınav cevabı

- (1,1): 4T11 − T21 − T12 = 75 + 0 = **75**
- (2,1): −T11 + 4T21 − T31 − T22 = **0**
- (3,1): −T21 + 4T31 − T32 = 50 + 0 = **50**
- (1,2): −T11 + 4T12 − T22 − T13 = **75**
- (2,2): −T21 − T12 + 4T22 − T32 − T23 = **0**
- (3,2): −T31 − T22 + 4T32 − T33 = **50**
- (1,3): −T12 + 4T13 − T23 = 75 + 100 = **175**
- (2,3): −T22 − T13 + 4T23 − T33 = **100**
- (3,3): −T32 − T23 + 4T33 = 50 + 100 = **150**

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Köşe düğümü iki sınıra değer.

✓ Çözüm — Soru 20 (2/2)

- **Çözüm (°C):**
- üst sıra: T13 = 78.57 · T23 = 76.12 · T33 = 69.64
- orta sıra: T12 = 63.17 · T22 = 56.25 · T32 = 52.46
- alt sıra: T11 = 42.86 · T21 = 33.26 · T31 = 33.93
- **Kontrol:** sıcak üst/sol kenara yakın düğümler sıcak.
- **Matris:** seyrek, bantlı, köşegen baskın → büyük ızgarada iterasyon (Liebmann) daha ucuz.

Sınavda yaz: *The matrix is sparse and diagonally dominant, so iterative methods converge.*

💎 **ÖZ:** T22 = 56.25; köşeler 33–79 °C.

✓ S21 · LIEBMANN 1. TUR

tanım web'de çöz

Tüm iç düğümler başta 0 °C, λ = 1.5. Sıra T11, T21, T31, T12, ... İlk dört düğümü hesapla.

Apply **Liebmann's method** with **overrelaxation** (λ = 1.5) for the first iteration.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** GS değerini bul, sonra gevşet.

📋 Ne istiyor? — Soru 21

formül

Ne istiyor? İç düğümler 0 °C'den başlarken λ = 1.5 aşırı gevşetmeli Liebmann yönteminin ilk turunda ilk dört düğümün değeri.

Soru tipi: Hesap · Liebmann, λ = 1.5

animasyon

- *Liebmann's method with overrelaxation* → aşırı gevşetmeli Liebmann yöntemi · yeni = λ·GS + (1 − λ)·eski
- *first iteration* → ilk tur (iterasyon) · hesaplanan değeri hemen kullan

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«başta 0 °C»* → Eski değerler sıfır. → **T(old) = 0 °C**
- *«λ = 1.5»* → Aşırı gevşetme katsayısı. → **λ = 1.5**
- *«Sıra T11, T21, T31, T12»* → Yeni değer hemen kullanılır. → **T(GS)**

- *«İlk dört düğümü hesapla»* → İstenen dört değer.
  → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Liebmann, λ = 1.5

📋 Hangi formül? — Soru 21

Liebmann + aşırı gevşetme — «Liebmann with overrelaxation» = Gauss–Seidel değeri λ ile ileri itilir.

terimler

türetim

$$T_{i,j}^{new} = \lambda\, T_{i,j}^{GS} + (1-\lambda)\, T_{i,j}^{old}$$

T(GS): 4 komşunun ortalaması, en yeni · λ: 1.5, gevşetme katsayısı · T(old): önceki tur değeri, burada 0

💎 **ÖZ:** Formül: Liebmann + aşırı gevşetme

📋 Adım adım — Soru 21 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **T11** — Komşuları ortala (sol 75, alt 0), sonra gevşet. → **T11 = 28.125**
2. **T21** — Yeni T11'i hemen kullan. → **T21 = 10.547**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 21 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **T31, T12** — T31 (sağ 50) ve T12 (sol 75) için aynı iki işlemi yap. → **T31 = 22.705 · T12 = 38.672**

3. adım

4. **devam** — Turu bitir, durma ölçütüne bak. → **ε_s = 1 % için 9 tur**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Jacobi gibi eski değeri kullanmak (T21'de T11 = 0 almak) ya da gevşetmeyi unutup 18.75'te kalmak.

💎 **ÖZ:** Plan: T11 → T21 → T31, T12 → devam

✓ Çözüm — Soru 21

sınav cevabı

- **T11:** GS = (75 + 0 + 0 + 0)/4 = 18.75 → 1.5·18.75 − 0.5·0 = **28.125**
- **T21:** GS = (28.125 + 0 + 0 + 0)/4 = 7.031 → **10.547** (yeni T11 kullanıldı!)
- **T31:** GS = (10.547 + 50 + 0 + 0)/4 = 15.137 → **22.705**
- **T12:** GS = (75 + 28.125 + 0 + 0)/4 = 25.781 → **38.672**
- Turun geri kalanı: 18.457 · 34.186 · 80.127 · 74.469 · 96.996
- İlk turda ε_a = 100 %; ε_s = 1 % için **9 tur** gerekir.

Sınavda yaz: *Gauss–Seidel uses the newest values immediately.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 28.125 → 10.547 → 22.705 → 38.672.

✓ S22 · ISI AKISI

tanım web'de çöz

k′ = 0.49 cal/(s·cm·°C), Δx = Δy = 10 cm. Düğüm (1,1)'de merkezi farkla q_x, q_y, büyüklük ve yön? (S20 çözümünü kullan.)

Compute the **heat flux** at node (1,1) using centered differences.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Komşular sınırda: T01 = 75, T10 = 0.

📋 Ne istiyor? — Soru 22

formül

Ne istiyor? S20 çözümüyle düğüm (1,1)'de merkezi farkla qx, qy, akının büyüklüğü ve yönü.

Soru tipi: Hesap · sayısal ısı akısı

animasyon

- *compute the heat flux* → ısı akısını hesapla · q = –k′ ∂T/∂x, merkezi fark
- *magnitude and direction* → büyüklük ve yön · √(qx² + qy²) · atan(qy/qx)

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«k′ = 0.49 cal/(s·cm·°C)»* → Isıl iletkenlik. → **k′ = 0.49 cal/(s·cm·°C)**
- *«Δx = Δy = 10 cm»* → Merkezi farkta payda 2Δx. → **2Δx = 20 cm**
- *«Düğüm (1,1)'de»* → Komşular T21, T01, T12, T10. → **q**
- *«S20 çözümünü kullan»* → Sıcaklıklar önceki çözümden. → **koşul**

- *«heat flux»* → Büyüklük ve yön istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · sayısal ısı akısı

📋 Hangi formül? — Soru 22

Fourier + merkezi fark — «Heat flux using centered differences» deniyor; gradyan iki komşudan alınır.

terimler

türetim

$$q_x = -k' \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta x}, \qquad q_y = -k' \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

k′: 0.49 cal/(s·cm·°C) · 2Δx: 20 cm · q: ısı akısı, cal/(cm²·s)

💎 **ÖZ:** Formül: Fourier + merkezi fark

📋 Adım adım — Soru 22 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **qx** — Sağ ve sol komşunun farkını 20'ye böl, –k′ ile çarp. → **qx = +1.023**
2. **qy** — Üst ve alt komşunun farkıyla aynı işlemi yap. → **qy = –1.548**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 22 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **büyüklük** — İki bileşenden vektörün boyunu bul. → **|q| = 1.855 cal/(cm²·s)**
4. **yön** — Açıyı arctan ile bul, fiziksel anlamını yaz. → **θ = −56.5°**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Fourier yasasındaki eksi işareti unutmak; merkezi farkta 2Δx yerine Δx'e bölmek.

💎 **ÖZ:** Plan: qx → qy → büyüklük → yön

✓ Çözüm — Soru 22

sınav cevabı

- **x yönü:** q_x = −0.49 (T21 − T01)/(2·10) = −0.49 (33.26 − 75)/20 = **+1.023**
- **y yönü:** q_y = −0.49 (T12 − T10)/20 = −0.49 (63.17 − 0)/20 = **−1.548**
- **Büyüklük:** √(1.023² + 1.548²) = **1.855 cal/(cm²·s)**
- **Yön:** atan(−1.548/1.023) = **−56.5°** → sağa-aşağı
- **Fizik:** ısı sıcak sol kenardan uzaklaşıp soğuk alt kenara akıyor.

Sınavda yaz: *Heat flows down the temperature gradient, toward the cold bottom edge.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** q = 1.855, −56.5°.

✓ S23 · YALITIMLI KENAR

tanım web'de çöz

Levhanın sol kenarı yalıtılmış (∂T/∂x = 0). Kenar düğümü (0, j) için fark denklemini türet.

The left edge is **insulated**. Derive the difference equation for an edge node using a **derivative boundary condition**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Kenarın dışına hayali nokta koy.

📋 Ne istiyor? — Soru 23

formül

Ne istiyor? Sol kenarı yalıtılmış ($\partial T/\partial x = 0$) levhada kenar düğümü ($0$, j) için hayali noktayla fark denklemi.

Soru tipi: Türetme · Neumann sınır koşulu

animasyon

- *insulated edge* → yalıtılmış kenar · $\partial T/\partial x = 0$ → Neumann
- *derivative boundary condition* → türev sınır koşulu · hayali nokta: $T_{-1,j} = T_{1,j}$

💎 **ÖZ:** Türetme · Neumann sınır koşulu

📋 Verilenler — Soru 23

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«yalıtılmış (∂T/∂x = 0)»* → Kenarda eğim sıfır. → $\mathbf{T_{-1,j}}$
- *«Kenar düğümü (0, j)»* → Denklem kenar düğümüne yazılır. → $\mathbf{T_{0,j}}$
- *«derivative boundary condition»* → Türev koşulu hayali noktayla girer. → $\mathbf{2T_{1,j}}$
- *«Derive the difference equation»* → İstenen kenar denklemi. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 23

Yalıtımlı kenar denklemi — Hayali nokta $T_{-1,j} = T_{1,j}$ Laplace şablonuna konunca bu denklem çıkar.

terimler

türetim

$$2T_{1,j} + T_{0,j+1} + T_{0,j-1} - 4T_{0,j} = 0$$

$T_{-1,j}$: hayali nokta, levhanın dışında · $2T_{1,j}$: hayali + içteki komşu · $T_{0,j}$: kenar düğümü, bilinmeyen

---

💎 **ÖZ:** Formül: Yalıtımlı kenar denklemi

📋 Adım adım — Soru 23 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **hayali** — Kenarın dışına hayali nokta $T_{-1,j}$ koy. ⟶ **$T_{-1,j}$ eklendi**
2. **türev** — ∂T/∂x = 0'ı merkezi farkla yaz. ⟶ **$T_{-1,j} = T_{1,j}$**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 23 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **yerine koy** — Laplace şablonunu (0, j)'de yaz, hayali noktayı değiştir. → **yalıtımlı kenar denklemi**

3. adım

4. **ad** — Koşulun türünü yaz. → **Neumann koşulu**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Hayali noktayı 0 almak; yalıtımda hayali nokta içteki komşuya eşittir: $T_{-1,j} = T_{1,j}$.

💎 **ÖZ:** Plan: hayali → türev → yerine koy → ad

✓ Çözüm — Soru 23

sınav cevabı

- **Hayali nokta** $T_{-1,j}$ ekle (levhanın dışında).
- Merkezi fark: ∂T/∂x ≈ ($T_{1,j}$ – $T_{-1,j}$)/(2Δx) = 0 → $T_{-1,j}$ = $T_{1,j}$
- Laplace'ı (0, j)'de yaz ve yerine koy:

$$2T_{1,j} + T_{0,j+1} + T_{0,j-1} - 4T_{0,j} = 0$$

- Artık $T_{0,j}$ de bilinmeyen → denklem sayısı artar.
- Ad: **Neumann** (türev) koşulu; sabit sıcaklık **Dirichlet**.

Sınavda yaz: *A ghost node outside the edge turns the zero-gradient condition into an equation.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Yalıtım: hayali = içteki komşu.

📌 K7 · THOMAS ALGORİTMASI

- **Ne?** Üçlü-köşegen sistemi hızlı çözer.
- **Nerede?** Kapalı ısı denklemi, Crank–Nicolson.

$$e_i\, x_{i-1} + f_i\, x_i + g_i\, x_{i+1} = r_i$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- e — alt köşegen
- f — ana köşegen
- g — üst köşegen · r — sağ taraf

💎 **ÖZ:** Gauss eliminasyonunun ucuz hali.

📌 K7 · THOMAS ADIMLARI

$$e_k \leftarrow e_k / f_{k-1}$$
$$f_k \leftarrow f_k - e_k\, g_{k-1}$$
$$r_k \leftarrow r_k - e_k\, r_{k-1}$$

$$x_n = \frac{r_n}{f_n}, \qquad x_k = \frac{r_k - g_k\, x_{k+1}}{f_k}$$

- Üstte ileri eleme (k = 2 → n), altta geri yerine koyma (k = n–1 → 1)
- İş yükü ~ n; Gauss ~ n^3

💎 **ÖZ:** İleri ele, geri koy.

📌 K7 · YİNELEMELİ YÖNTEMLER

- **Jacobi:** her turda yalnız ESKİ değerler
- **Gauss–Seidel:** hesaplanan değer hemen kullanılır → daha hızlı
- **SOR:** GS + gevşetme katsayısı λ ($1 < \lambda < 2$ hızlandırır)
- **Koşul:** köşegen baskın: |ana köşegen| > satırın diğerlerinin toplamı
- **Doğrudan (direct):** Gauss, LU, Thomas · **yinelemeli (iterative):** Jacobi, GS, SOR

💎 **ÖZ:** Köşegen baskınsa yinelemeli yöntem yakınsar.

📌 K7 · YAZ + SINAVDA YAZ

Thomas: ileri eleme + geri koyma



- *Thomas algorithm solves tridiagonal systems in O(n) operations.*
- *Gauss–Seidel converges faster than Jacobi because it uses updated values.*

💎 **ÖZ:** Thomas = O(n).

✓ S24 · THOMAS: 4 × 4

tanım

Isıtılan çubuk sistemi; Thomas ile çöz.

Solve the **tridiagonal system** with the **Thomas algorithm**.

- 2.04T1 – T2 = 40.8
- –T1 + 2.04T2 – T3 = 0.8
- –T2 + 2.04T3 – T4 = 0.8
- –T3 + 2.04T4 = 200.8

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** e, f, g, r'yi yaz.

📋 Ne istiyor? — Soru 24

formül

Ne istiyor? 4×4 üçlü-köşegen ısıtılan çubuk sistemini Thomas algoritmasıyla (ileri eleme + geri koyma) çözmek.

Soru tipi: Hesap · Thomas algoritması

animasyon

- *tridiagonal system* → üçlü-köşegen sistem · e, f, g köşegenleri + r
- *Thomas algorithm* → Thomas algoritması · ileri ele, geri koy; iş yükü ~ n

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«2.04T1 − T2 = 40.8»* → Köşegen 2.04, üst −1, sağ taraf 40.8. → **f = 2.04**
- *«−T1 + 2.04T2 − T3 = 0.8»* → Alt köşegen −1. → **e = −1**
- *«−T3 + 2.04T4 = 200.8»* → Son satır; geri koyma buradan başlar. → **r = 200.8**

- *«Thomas algorithm»* → İleri eleme + geri koyma. → $\mathbf{x_n}$
- *«Solve the tridiagonal system»* → İstenen dört sıcaklık. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Thomas algoritması

📋 Hangi formül? — Soru 24 (1/2)

Thomas: ileri eleme — «Thomas algorithm» = üçlü-köşegen için Gauss eliminasyonu; önce alt köşegen silinir.

terimler

türetim

$$e_k \leftarrow \frac{e_k}{f_{k-1}}, \quad f_k \leftarrow f_k - e_k\, g_{k-1}, \quad r_k \leftarrow r_k - e_k\, r_{k-1}$$

e: alt köşegen · f: ana köşegen · g: üst köşegen · r: sağ taraf

---

💎 **ÖZ:** Thomas: ileri eleme

📋 Hangi formül? — Soru 24 (2/2)

Thomas: geri koyma — Eleme bitince son bilinmeyenden başlanıp yukarı çıkılır.

$$x_n = \frac{r_n}{f_n}, \qquad x_k = \frac{r_k - g_k\, x_{k+1}}{f_k}$$

x_n: son bilinmeyen, T4 · x_k: yukarı doğru tek tek

💎 **ÖZ:** Thomas: geri koyma

📋 Adım adım — Soru 24 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **k = 2** — $e_2 = -1/2.04$ bul; f ve r'yi güncelle. → **f_2 = 1.549804 · r_2 = 20.8**


1. adım

2. **k = 3, 4** — Aynı üç işlemi sırayla k = 3 ve k = 4 için yap. → **f_4 = 1.323029 · r_4 = 210.996**


2. adım

3. **T4** — Son satırdan $T4 = r_4/f_4$. → **T4 = 159.480**


3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 24 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **T3, T2, T1** — Geri koymayla yukarı çık; g = −1 olduğu için çıkarma toplamaya döner. → **124.538 · 93.778 · 65.970**

4. adım

5. **kontrol** — İlk denklemde sonucu dene. → **40.8 ✓**

5. adım

⚠️ **Tuzak:** g = −1'in işaretini kaçırıp geri koymada çıkarmak; e'yi her satırda güncel f ile bölmeyi unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: k = 2 → k = 3, 4 → T4 → T3, T2, T1 → kontrol

✓ Çözüm — Soru 24 (1/2) (ileri eleme)

sınav cevabı

- **Başlangıç:** e = (–, –1, –1, –1) · f = 2.04 · g = (–1, –1, –1, –) · r = (40.8, 0.8, 0.8, 200.8)
- **k = 2:** e = –1/2.04 = –0.490196 · f = 2.04 – 0.490196 = 1.549804 · r = 0.8 + 0.490196·40.8 = **20.8**
- **k = 3:** e = –1/1.549804 = –0.645243 · f = **1.394757** · r = 0.8 + 0.645243·20.8 = **14.221053**
- **k = 4:** e = –0.716971 · f = **1.323029** · r = 200.8 + 0.716971·14.221053 = **210.996078**

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** e hep –1/f(önceki); f = 2.04 + e.

✓ Çözüm — Soru 24 (2/2) (geri koyma)

- **T4** = 210.996078 / 1.323029 = **159.480**
- **T3** = (14.221053 + 159.480) / 1.394757 = **124.538**
- **T2** = (20.8 + 124.538) / 1.549804 = **93.778**
- **T1** = (40.8 + 93.778) / 2.04 = **65.970**
- **Kontrol:** 2.04·65.970 − 93.778 = 40.8 ✓
- Sıcaklık sıcak uca (sağ) doğru artıyor → mantıklı.

Sınavda yaz: *Back substitution starts from the last unknown.*

💎 **ÖZ:** 65.97 · 93.78 · 124.54 · 159.48.

✓ S25 · JACOBI vs GAUSS–SEIDEL

tanım

Sıfırdan başlayarak birer tur Jacobi ve Gauss–Seidel yap; GS ile ikinci tur. Gerçek: (3, –2.5, 7).

Perform one iteration of **Jacobi** and **Gauss–Seidel** starting from zero.

- $3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85$
- $0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3$
- $0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4$

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Her satırı köşegen bilinmeyene göre çöz.

📋 Ne istiyor? — Soru 25

formül

Ne istiyor? Sıfırdan başlayarak 3×3 sistemde birer tur Jacobi ve Gauss–Seidel, GS ile ikinci tur; gerçek çözüm (3, –2.5, 7).

Soru tipi: Hesap · Jacobi ve Gauss–Seidel

animasyon

- *one iteration of Jacobi and Gauss–Seidel* → birer tur Jacobi ve Gauss–Seidel · Jacobi eski, GS en yeni değer
- *diagonally dominant* → köşegen baskın · |köşegen| > satırın geri kalanı → yakınsar

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«starting from zero»* → Başlangıç tahmini sıfır. → $\mathbf{x^{(k)} = 0}$
- *«$3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85$»* → x_1 köşegeni 3. → $\mathbf{a_{ii} = 3}$
- *«$0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3$»* → x_2 köşegeni 7. → $\mathbf{a_{ii} = 7}$

- *«0.3x_1 − 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4»* → x_3 köşegeni 10. → **a_{ii} = 10**
- *«Jacobi»* → Eski değerlerle. → **$x^{(k+1)}$**
- *«Gerçek: (3, −2.5, 7)»* → Karşılaştırma. → **koşul**

💎 **ÖZ:** Hesap · Jacobi ve Gauss–Seidel

📋 Hangi formül? — Soru 25

Gauss–Seidel satırı — Her satır köşegen bilinmeyene göre çözülür; GS'de bu turda bulunan değer hemen girer.

terimler

türetim

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j<i} a_{ij}\, x_j^{(k+1)} - \sum_{j>i} a_{ij}\, x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

a_{ii}: köşegen katsayı · $x^{(k+1)}$: bu turda bulunan (yeni) · $x^{(k)}$: önceki tur (eski)

💎 **ÖZ:** Formül: Gauss–Seidel satırı

📋 Adım adım — Soru 25 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **baskın mı** — Köşegen baskınlığı denetle. → **köşegen baskın** → **yakınsar**
2. **GS tur 1** — x_1'i bul, x_2'de hemen kullan, sonra x_3. → **2.616667 · −2.794524 · 7.00561**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 25 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **Jacobi 1** — Tüm satırlarda yalnız eski (sıfır) değerleri kullan. → **2.616667 · −2.757143 · 7.14**

3. adım

4. **GS tur 2** — Gauss–Seidel'i bir tur daha uygula, gerçekle karşılaştır. → **gerçeğe çok yakın**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Gauss–Seidel'de yeni x_1'i x_2 satırında kullanmamak (o zaman yöntem Jacobi olur).

💎 **ÖZ:** Plan: baskın mı → GS tur 1 → Jacobi 1 → GS tur 2

✓ Çözüm — Soru 25

sınav cevabı

- **Köşegen baskın:** $3 > 0.3 \cdot 7 > 0.4 \cdot 10 > 0.5$ ✓ → yakınsar
- **GS tur 1:** $x_1 = 7.85/3 =$ **2.616667** · $x_2 = (-19.3 - 0.1 \cdot 2.616667)/7 =$ **−2.794524** · $x_3 = (71.4 - 0.3 \cdot 2.616667 + 0.2 \cdot (-2.794524))/10 =$ **7.005610**
- **Jacobi tur 1:** $x_1 = 2.616667$ · $x_2 = -19.3/7 =$ **−2.757143** · $x_3 = 71.4/10 =$ **7.14**
- **GS tur 2:** 2.990557 · −2.499625 · 7.000291 → gerçeğe çok yakın

Sınavda yaz: *Gauss–Seidel uses x_i as soon as it is computed.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** GS ilk turda bile Jacobi'den iyi.

GB KISIM B · TERİMLER 1/2

- **finite difference** (FAY-nayt) · n — sonlu fark
  - *A finite difference replaces the derivative.*
- **centered difference** · n — merkezi fark
  - *It is second-order accurate.*
- **grid / mesh** (grid / meş) · n — ızgara, ağ
  - *A finer grid gives a smaller error.*
- **node** (nod) · n — düğüm
  - *Each node has four neighbours.*
- **boundary condition** · n — sınır koşulu
  - *The edges have fixed temperatures.*

💎 **ÖZ:** difference · grid · node · boundary.

GB KISIM B · TERİMLER 2/2

- **steady state** (STE-di steyt) · n — kararlı hal
  - *At steady state nothing changes in time.*
- **heat flux** (hiit flaks) · n — ısı akısı
  - *Heat flux points from hot to cold.*
- **overrelaxation** · n — aşırı gevşetme
  - *Overrelaxation speeds up convergence.*
- **tridiagonal** (tray-day-A-gı-nıl) · adj — üçlü-köşegen
  - *Implicit methods give tridiagonal systems.*
- **Kalıp:** *Halving h cuts the error by a factor of four.*

💎 **ÖZ:** «by a factor of four» = dört kat.

KISIM C · ZAMANA BAĞLI ŞEMALAR

🧭 KISIM C · NE VAR

- **K8** ısı denklemi: açık, kapalı, Crank–Nicolson → S26–S30
- **K9** adveksiyon şemaları: upwind, Lax, LW, leapfrog → S31–S35
- **K10** kararlılık, von Neumann, modifiye denklem → S36–S39
- **K11** dalga denklemi → S40–S41 · **K12** Burgers → S42–S43

💎 **ÖZ:** Açık = kolay ama koşullu; kapalı = sistem ama kararlı.

📌 K8 · ISI DENKLEMİ

- **Ne?** Isının çubukta zamanla yayılması (parabolik).
- **Nerede?** Chapra 30. bölüm; HW2 2B levha.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- T(x, t) — sıcaklık
- k — ısıl yayınım, cm^2/s
- $\partial^2 T/\partial x^2$ — eğrilik (komşu farkı)

💎 **ÖZ:** Sıcaklık, eğriliği kadar değişir.

📌 K8 · AÇIK YÖNTEM (FTCS)

$$T_i^{l+1} = T_i^l + \lambda \left(T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l \right)$$

$$\lambda = \frac{k\,\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- l — bilinen zaman seviyesi, l + 1 yeni
- λ — difüzyon sayısı
- FTCS: zamanda ileri, uzayda merkezi
- hata O(Δt, Δx^2)

💎 **ÖZ:** Her nokta tek başına; λ ≤ ½ şart.

📌 K8 · KAPALI (LAASONEN)

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + (1+2\lambda)\, T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = T_i^l$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- üç bilinmeyen YENİ seviyede
- her adımda üçlü-köşegen → Thomas
- koşulsuz kararlı · O(Δt, Δx²)

💎 **ÖZ:** Yeni seviyede sistem çözülür.

📌 K8 · CRANK–NICOLSON

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + 2(1+\lambda)\,T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = \lambda T_{i-1}^{l} + 2(1-\lambda)\,T_i^{l} + \lambda T_{i+1}^{l}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- türev l + ½'de merkezlenir
- açık + kapalının ortalaması
- O(Δt², Δx²) · koşulsuz kararlı

💎 **ÖZ:** CN zamanda da 2. mertebe.

📌 K8 · DİĞERLERİ + 2B

- **Richardson (CTCS):** her λ'da kararsız → kullanılmaz
- **DuFort–Frankel:** açık, 3 seviye, koşulsuz kararlı; tutarlılık için Δt/Δx → 0
- **2B açık:** $\lambda_x + \lambda_y \le ½$ (levha_2d_contour.m bunu kodda denetler)
- **ADI:** 2B'de her yarım adımda bir yön kapalı → yine üçlü-köşegen
- **HW2:** «üç yöntemi karşılaştır» = FTCS + Laasonen/CN + DuFort–Frankel/ADI

💎 **ÖZ:** 2B açıkta λ'lar toplanır.

📌 K8 · YAZ + SINAVDA YAZ

FTCS, Laasonen, CN + λ

- *Explicit: the new value is computed directly from known values.*
- *Implicit: a system of equations must be solved at every step.*

💎 **ÖZ:** Açık: hesapla; kapalı: çöz.

✓ S26 · AÇIK: 2 ADIM

tanım web'de çöz

Çubuk L = 10 cm, Δx = 2 cm, Δt = 0.1 s, k = 0.835 cm²/s; T(0) = 100 °C, T(10) = 50 °C, başta 0. t = 0.1 ve 0.2 s?

Use the **explicit method** to compute the temperatures at t = 0.1 and 0.2 s.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Önce λ, sonra her düğüm.

📋 Ne istiyor? — Soru 26

formül

Ne istiyor? L = 10 cm çubukta FTCS ile t = 0.1 ve 0.2 s'de iç düğüm sıcaklıkları (uçlar 100 ve 50 °C, başta 0).

Soru tipi: Hesap · açık yöntem (FTCS), ısı

animasyon

- *explicit method* → açık yöntem · yeni = eski + λ(sağ − 2·orta + sol)
- *heat conduction in a rod* → çubukta ısı iletimi · $\partial T/\partial t = k\,\partial^2 T/\partial x^2$, $\lambda = k\Delta t/\Delta x^2$

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Δx = 2 cm»* → Izgara aralığı. → **λ = 2 cm**
- *«Δt = 0.1 s»* → Zaman adımı. → **λ = 0.1 s**
- *«k = 0.835 cm²/s»* → Isıl yayınım. → **λ = 0.835 cm²/s**
- *«T(0) = 100 °C»* → Sol sınır. → $\mathbf{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1} = 100\ °C}$
- *«T(10) = 50 °C»* → Sağ sınır. → $\mathbf{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1} = 50\ °C}$

- *«başta 0»* → Başlangıç sıcaklığı sıfır. → **l, l + 1 = 0 °C**

💎 **ÖZ:** Hesap · açık yöntem (FTCS), ısı

📋 Hangi formül? — Soru 26

FTCS (açık) ısı şeması — «Explicit method» deniyor; yeni değer yalnız eski seviyeden hesaplanır.

terimler

türetim

$$T_i^{l+1} = T_i^l + \lambda \left(T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l \right), \qquad \lambda = \frac{k\,\Delta t}{(\Delta x)^2}$$

λ: difüzyon sayısı, ≤ ½ · l, l + 1: eski ve yeni zaman seviyesi · $T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}$: ikinci fark (eğrilik)

💎 **ÖZ:** Formül: FTCS (açık) ısı şeması

📋 Adım adım — Soru 26 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **λ** — λ'yı hesapla, ½'den küçük mü bak. → **λ = 0.020875**
2. **t = 0.1** — Her iç düğüme şemayı uygula; uçlar 100 ve 50. → **2.0875 · 0 · 0 · 1.0438**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 26 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **t = 0.2 uç** — Uç düğümleri yeni değerlerle ilerlet. → **T1 = 4.0878 · T4 = 2.0439**
4. **t = 0.2 iç** — İç düğümler ilk kez komşudan ısı alır. → **T2 = 0.0436 · T3 = 0.0218**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Sınır değerlerini (100, 50) şablona katmayı unutmak ya da t = 0.2'de yeni değerler yerine 0 kullanmak.

💎 **ÖZ:** Plan: λ → t = 0.1 → t = 0.2 uç → t = 0.2 iç

✓ Çözüm — Soru 26

sınav cevabı

- $\lambda = 0.835 \cdot 0.1/2^2 =$ **0.020875** ($\leq$ ½ ✓)
- **t = 0.1:** T1 = 0 + λ(0 − 0 + 100) = **2.0875** · T2 = T3 = **0** · T4 = λ·50 = **1.0438**
- **t = 0.2:** T1 = 2.0875 + λ(0 − 4.175 + 100) = **4.0878**
- T2 = λ(0 − 0 + 2.0875) = **0.0436** · T3 = λ·1.0438 = **0.0218**
- T4 = 1.0438 + λ(50 − 2.0875) = **2.0439**
- **Neden T2 ilk adımda 0?** Açık yöntemde bilgi adım başına yalnız bir düğüm ilerler.

Sınavda yaz: *Heat enters from both ends and moves one node per time step.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 2.0875 · 0 · 0 · 1.0438 → 4.0878 · 0.0436 · 0.0218 · 2.0439.

✓ S27 · AÇIK: KARARLILIK

tanım web'de çöz

(a) Bu çubuk için en büyük Δt? (b) levha kodunda α = 0.01, 50 × 50 nokta (Δx = 1/49), dt = 0.0005: koşul sağlanıyor mu? (c) λ = 0.6 ne yapar?

Find the maximum **stable time step** and check the **stability condition** of the 2-D code.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** λ ≤ ½'yi Δt için çöz.

📋 Ne istiyor? — Soru 27

formül

Ne istiyor? Çubukta en büyük kararlı Δt, 2B levha kodunun (α = 0.01, Δx = 1/49, dt = 0.0005) koşulu sağlayıp sağlamadığı ve λ = 0.6'nın etkisi.

Soru tipi: Kararlılık · açık yöntemde Δt sınırı

animasyon

- *maximum stable time step* → kararlı en büyük zaman adımı · $\Delta t \le \Delta x^2/(2k)$
- *stability condition of the 2-D code* → 2B kodun kararlılık koşulu · $\lambda x + \lambda y \le ½$

💎 **ÖZ:** Kararlılık · açık yöntemde Δt sınırı

📋 Verilenler — Soru 27

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«en büyük Δt?»* → λ ≤ 1/2 sınırı. → **istenen**
- *«α = 0.01»* → Levha kodunun yayınımı. → **α = 0.01**
- *«Δx = 1/49»* → Izgara aralığı. → **$\Delta x^2 = 1/49$**
- *«dt = 0.0005»* → Kodun adımı. → **Fo = 0.0005**
- *«λ = 0.6 ne yapar?»* → Kararlılık sınırının üstü. → **λ = 0.6**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 27 (1/2)

Açık yöntem kararlılık — «Maximum stable time step» = λ ≤ ½ koşulunu Δt için çözmek.

terimler

türetim

$$\lambda = \frac{k\,\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2k}$$

λ: difüzyon sayısı · k: ısıl yayınım · Δx^2: adımın karesi; Δt hızla küçülür

---

💎 **ÖZ:** Açık yöntem kararlılık

📋 Hangi formül? — Soru 27 (2/2)

2B açık koşul — 2B'de iki yöndeki λ'lar toplanır; kod bu toplamı denetler.

$$Fo_x + Fo_y = \frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta y^2} \leq \frac{1}{2}$$

Fo: Fourier sayısı (λ ile aynı) · α: ısıl yayınım, 0.01

💎 **ÖZ:** 2B açık koşul

📋 Adım adım — Soru 27 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) çubuk** — λ ≤ ½'yi Δt için çöz. → **Δt ≤ 2.40 s**
2. **(b) Fo** — Bir yöndeki Fo'yu hesapla, iki yönü topla. → **0.024 ≤ 0.5** → **kararlı**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 27 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(b) dt max** — Toplamı ½ yapan dt'yi bul. → **dt ≈ 0.0104 s**


3. adım

4. **(c) λ=0.6** — λ > ½ olunca kısa dalganın ne yaptığını yaz. → **zikzak** → **patlama**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** 2B'de λ'ları toplamamak; Δt sınırının Δx ile değil Δx^2 ile küçüldüğünü unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) çubuk → (b) Fo → (b) dt max → (c) λ=0.6

✓ Çözüm — Soru 27

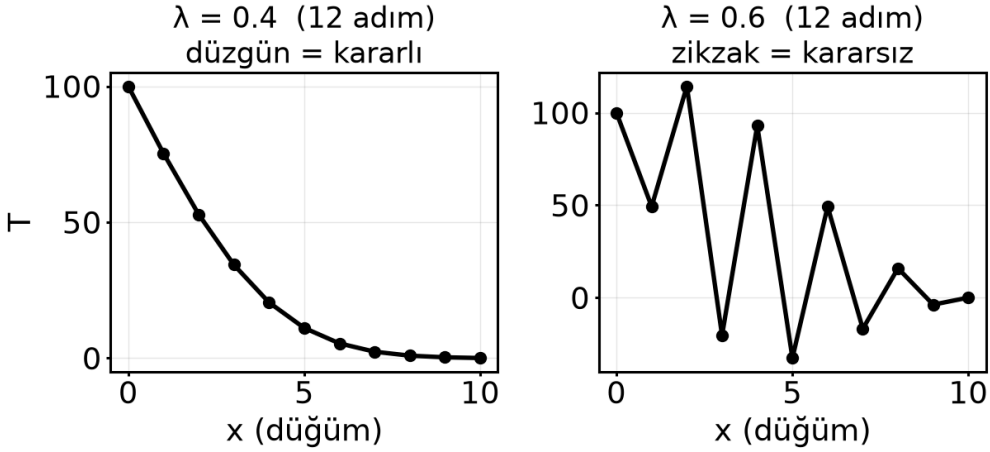
sınav cevabı

- **(a)** $\Delta t \le \Delta x^2/(2k) = 4/(2\cdot 0.835) =$ **2.40 s**
- **(b)** $Fo = 0.01\cdot 0.0005/(1/49)^2 = 0.012 \rightarrow Fo_x + Fo_y =$ **0.024 ≤ 0.5** ✓; en büyük dt ≈ **0.0104 s**
- **(c)** λ = 0.6: kısa dalga her adımda büyür → zikzak, patlama

adım adım

Aynı çubuk, 12 adım: λ = 0.4 düzgün, λ = 0.6 zikzak

animasyon



💎 **ÖZ:** $\Delta t \le \Delta x^2/2k$; 2B'de toplam ≤ ½.

✓ S28 · KAPALI: 1 ADIM

tanım web'de çöz

Aynı çubuk, aynı Δt. Laasonen (kapalı) yöntemiyle denklemleri kur ve t = 0.1 s'yi bul.

Set up the **implicit** equations for t = 0.1 s and solve them with the **Thomas algorithm**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Sınır değerleri sağ tarafa.

📋 Ne istiyor? — Soru 28

formül

Ne istiyor? Aynı çubukta Laasonen (kapalı) denklemlerini kurmak ve Thomas ile t = 0.1 s sıcaklıklarını bulmak.

Soru tipi: Hesap · kapalı yöntem (Laasonen)

animasyon

- *set up the implicit equations* → kapalı denklemleri kur · –λ, 1 + 2λ, –λ → üçlü-köşegen
- *solve with the Thomas algorithm* → Thomas algoritmasıyla çöz · ileri eleme + geri koyma

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Aynı çubuk, aynı Δt»* → λ = 0.020875. → **–λ = 0.020875**
- *«Laasonen (kapalı)»* → Komşular yeni zaman seviyesinde. → $\mathbf{T^{l+1}}$
- *«implicit»* → Köşegen 1 + 2λ. → **1 + 2λ = 1.04175**
- *«Thomas algorithm»* → Üçlü köşegen çözüm. → **koşul**

- *«t = 0.1 s»* → İstenen an. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · kapalı yöntem (Laasonen)

📋 Hangi formül? — Soru 28

Laasonen (BTCS) — «Implicit» = uzay türevi yeni seviyede; her adımda üç bilinmeyenli denklemler çıkar.

terimler

türetim

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + (1+2\lambda)\, T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = T_i^l$$

T^{l+1}: yeni seviye, bilinmeyen · 1 + 2λ: 1.04175, ana köşegen · −λ: −0.020875, yan köşegen

---

💎 **ÖZ:** Formül: Laasonen (BTCS)

📋 Adım adım — Soru 28 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **katsayı** — Ana ve yan köşegen katsayılarını bul. → **1.04175 · −0.020875**
2. **denklem** — Dört denklemi yaz; sınırları sağa taşı. → **r = 2.0875, 0, 0, 1.04375**
3. **eleme** — Thomas ileri eleme: f ve r'yi güncelle. → **f′ = 1.041332**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 28 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **geri koy** — T4'ten başlayıp yukarı çık. → **T1 = 2.0047 · T2 = 0.0406**


4. adım

5. **kıyas** — Açık yöntemle karşılaştır: T2 artık sıfır değil. → **kapalıda T2 ≠ 0**


5. adım

⚠️ **Tuzak:** Sınır değerlerini (λ·100, λ·50) sağ tarafa taşımayı unutmak; kapalıda her adımda sistem çözülür.

💎 **ÖZ:** Plan: katsayı → denklem → eleme → geri koy → kıyas

✓ Çözüm — Soru 28 (1/2)

sınav cevabı

- 1 + 2λ = **1.04175**, −λ = −0.020875
- i = 1: 1.04175T1 − 0.020875T2 = 0 + λ·100 = **2.0875**
- i = 2: −0.020875T1 + 1.04175T2 − 0.020875T3 = **0**
- i = 3: −0.020875T2 + 1.04175T3 − 0.020875T4 = **0**
- i = 4: −0.020875T3 + 1.04175T4 = λ·50 = **1.04375**
- **Neden sağa?** T_0 = 100 ve T_5 = 50 YENİ seviyede de biliniyor.

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Üçlü-köşegen 4 × 4 sistem.

✓ Çözüm — Soru 28 (2/2)

- **İleri eleme:** f′ = 1.041332 (üç satırda da) · r′ = 2.0875, 0.04183, 0.00084, 1.043767
- **Geri koyma:** T4 = **1.0023** · T3 = **0.0209** · T2 = **0.0406** · T1 = **2.0047**
- **Açıkla karşılaştır:** açık T1 = 2.0875, T2 = 0; kapalıda T2 = 0.0406 ≠ 0
- **Neden?** Kapalıda tüm düğümler aynı anda bağlı → bilgi bir adımda bütün çubuğa yayılır.

Sınavda yaz: *The implicit method is unconditionally stable but needs a tridiagonal solve each step.*

💎 **ÖZ:** 2.0047 · 0.0406 · 0.0209 · 1.0023.

✓ S29 · CRANK–NICOLSON: 1 ADIM

tanım web'de çöz

Aynı çubuk için CN'de i = 1 ve i = 4 denklemlerinin sağ tarafını yaz; çözüm T = (2.0450, 0.0210, 0.0107, 1.0225). Üç yöntemi T1 için karşılaştır.

Write the **Crank–Nicolson** equations and compare the three methods.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Sağ taraf = eski seviye + sınırlar.

📋 Ne istiyor? — Soru 29

formül

Ne istiyor? Aynı çubukta Crank–Nicolson'da i = 1 ve i = 4 denklemlerinin sağ tarafı ve T1'in üç yöntemde karşılaştırması.

Soru tipi: Hesap · Crank–Nicolson

animasyon

- *Crank–Nicolson equations* → Crank–Nicolson denklemleri · açık + kapalı ortalaması, l + ½
- *compare the three methods* → üç yöntemi karşılaştır · açık · kapalı · CN için T1

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«i = 1 ve i = 4»* → Sınıra komşu satırlar. → **2(1 − λ)**
- *«T = (2.0450, 0.0210, 0.0107, 1.0225)»* → CN çözümü verilmiş. → **l, l + 1**
- *«Crank–Nicolson»* → Eski ve yeni seviyenin ortalaması. → **2(1 + λ) = 2.04175**

- *«compare the three methods»* → T1 karşılaştırılacak. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · Crank–Nicolson

📋 Hangi formül? — Soru 29

Crank–Nicolson — «Crank–Nicolson» = uzay türevi eski ve yeni seviyenin ortalaması (l + ½).

terimler

türetim

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + 2(1+\lambda)\, T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = \lambda T_{i-1}^{l} + 2(1-\lambda)\, T_i^{l} + \lambda T_{i+1}^{l}$$

2(1 + λ): 2.0̸4175, sol ana katsayı · 2(1 – λ): sağda eski T_i katsayısı · l, l + 1: eski ve yeni seviye

---

💎 **ÖZ:** Formül: Crank–Nicolson

📋 Adım adım — Soru 29 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **katsayı** — Sol ana katsayıyı hesapla. → **2(1 + λ) = 2.04175**
2. **i = 1 sağ** — Eski seviye terimlerini ve yeni sınır değerini topla. → **r_1 = 4.175**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 29 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **i = 4 sağ** — Sağ sınırla aynı işlemi yap; i = 2, 3'te sağ taraf 0. → **r_4 = 2.0875 · r_2 = r_3 = 0**


3. adım

4. **kıyas** — T1'i üç yöntemde yan yana koy. → **CN ortada**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** Sağ tarafta yeni seviyedeki sınır değerini (λ·100) unutmak; CN'de sınır iki kez girer.

💎 **ÖZ:** Plan: katsayı → i = 1 sağ → i = 4 sağ → kıyas

✓ Çözüm — Soru 29

sınav cevabı

- **Katsayı:** $2(1 + \lambda) = \mathbf{2.04175}$
- **i = 1 sağ:** $\lambda \cdot 100$ (eski) + $2(1 - \lambda) \cdot 0 + \lambda \cdot 0 + \lambda \cdot 100$ (yeni sınır) = **4.175**
- **i = 4 sağ:** $\lambda \cdot 50 + \lambda \cdot 50 = \mathbf{2.0875}$; i = 2, 3 sağ = 0
- **T1 karşılaştırma:** açık 2.0875 · kapalı 2.0047 · **CN 2.0450** (ortada)
- **Neden ortada?** CN, açık ve kapalının ortalamasıdır; zamanda 2. mertebe.

Sınavda yaz: *Crank–Nicolson averages the explicit and implicit schemes: second-order in time.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** CN = açık + kapalı ortası.

✓ S30 · YÖNTEM EŞLEŞTİR

tanım

Yöntemleri özellikle eşleştir.

Match each method with its property.

- **Yöntem:** FTCS · Laasonen · Crank–Nicolson · DuFort–Frankel · Richardson
- **(i)** her λ'da kararsız · **(ii)** açık, λ ≤ ½
- **(iii)** kapalı, zamanda 1. mertebe · **(iv)** kapalı, zamanda 2. mertebe
- **(v)** açık, 3 seviye, koşulsuz kararlı

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Geçen yıl tablo ve eşleştirme soruldu.

📋 Ne istiyor? — Soru 30

formül

Ne istiyor? FTCS, Laasonen, Crank–Nicolson, DuFort–Frankel ve Richardson'ı kararlılık ve mertebe özellikleriyle eşleştirmek.

Soru tipi: Eşleştirme · ısı denklemi şemaları

animasyon

- *match each method with its property* → her yöntemi özelliğiyle eşleştir · açık/kapalı + kararlılık + mertebe
- *unconditionally stable* → koşulsuz kararlı · Laasonen, CN, DuFort–Frankel

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«her λ'da kararsız»* → Richardson (CTCS). → **koşul**
- *«açık, λ ≤ ½»* → FTCS. → **koşul**
- *«kapalı, zamanda 2. mertebe»* → Crank–Nicolson. → **koşul**

- *«açık, 3 seviye, koşulsuz kararlı»* → DuFort–Frankel. → **koşul**
- *«Match»* → Eşleştirme istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Eşleştirme · ısı denklemi şemaları

📋 Hangi formül? — Soru 30

Kullanılacak bilgi: Açık = koşullu (λ ≤ ½), kapalı = koşulsuz kararlı; CN zamanda 2. mertebe. İstisna: Richardson hep kararsız, DuFort–Frankel açık ama kararlı.

terimler

türetim

💎 **ÖZ:** Formül: Açık = koşullu (λ ≤ ½), kapalı = koşulsuz kararlı; CN zamand

📋 Adım adım — Soru 30 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **açıklar** — Açık iki şemayı ayır: biri koşullu, biri hep kararsız. → **FTCS ii · Richardson i**

1. adım

2. **kapalılar** — Kapalı iki şemayı zaman mertebesiyle ayır. → **Laasonen iii · CN iv**

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 30 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **istisna** — Kalan açık, 3 seviyeli şemayı bağla. → **DuFort–Frankel v**


3. adım

4. **özet** — Eşleşmeyi tek satırda yaz. → **ii • iii • iv • v • i**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** DuFort–Frankel'i açık diye koşullu sanmak; Richardson'ın her λ'da kararsız olduğunu unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: açıklar → kapalılar → istisna → özet

✓ Çözüm — Soru 30

sınav cevabı

- **FTCS → (ii):** açık, $\lambda \le \frac{1}{2}$, $O(\Delta t, \Delta x^2)$
- **Laasonen (BTCS) → (iii):** kapalı, koşulsuz kararlı
- **Crank–Nicolson → (iv):** $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$
- **DuFort–Frankel → (v):** ama tutarlılık $\Delta t/\Delta x \to 0$ ister
- **Richardson → (i):** CTCS; kararsız
- **Kural:** «kapalı = hep kararlı», «açık = koşul var» (DuFort–Frankel istisna)

Sınavda yaz: *FTCS is conditionally stable; Laasonen and Crank–Nicolson are unconditionally stable.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** ii · iii · iv · v · i.

📌 K9 · DOĞRUSAL ADVEKSİYON

- **Ne?** Bir profilin c hızıyla bozulmadan taşınması.
- **Nerede?** HW3, advection.m; NWP'de taşınım.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\,\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \qquad \nu = \frac{c\,\Delta t}{\Delta x}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- c — taşıma hızı (kodda v = 1)
- v — Courant sayısı
- tam çözüm: u_0(x – ct)

💎 **ÖZ:** c > 0 → bilgi soldan gelir.

📌 K9 · FTCS + UPWIND

FTCS — her v'de kararsız:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

Upwind (c > 0) — ν ≤ 1 · O(Δt, Δx) · yayar:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \nu\left(u_i^n - u_{i-1}^n\right)$$

💎 **ÖZ:** Merkezi uzay + ileri zaman = adveksiyonda kararsız.

📌 K9 · LAX + LAX–WENDROFF

Lax — ν ≤ 1 · çok yayar:

$$u_i^{n+1} = \frac{u_{i+1}^n + u_{i-1}^n}{2} - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

Lax–Wendroff — ν ≤ 1 · O(2) · salınır:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right) + \frac{\nu^2}{2}\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

💎 **ÖZ:** LW = FTCS + $\nu^2/2$ difüzyon.

📌 K9 · LEAPFROG + KAPALI

Leapfrog — 3 seviye · ν ≤ 1 · O(2) · sönümsüz:

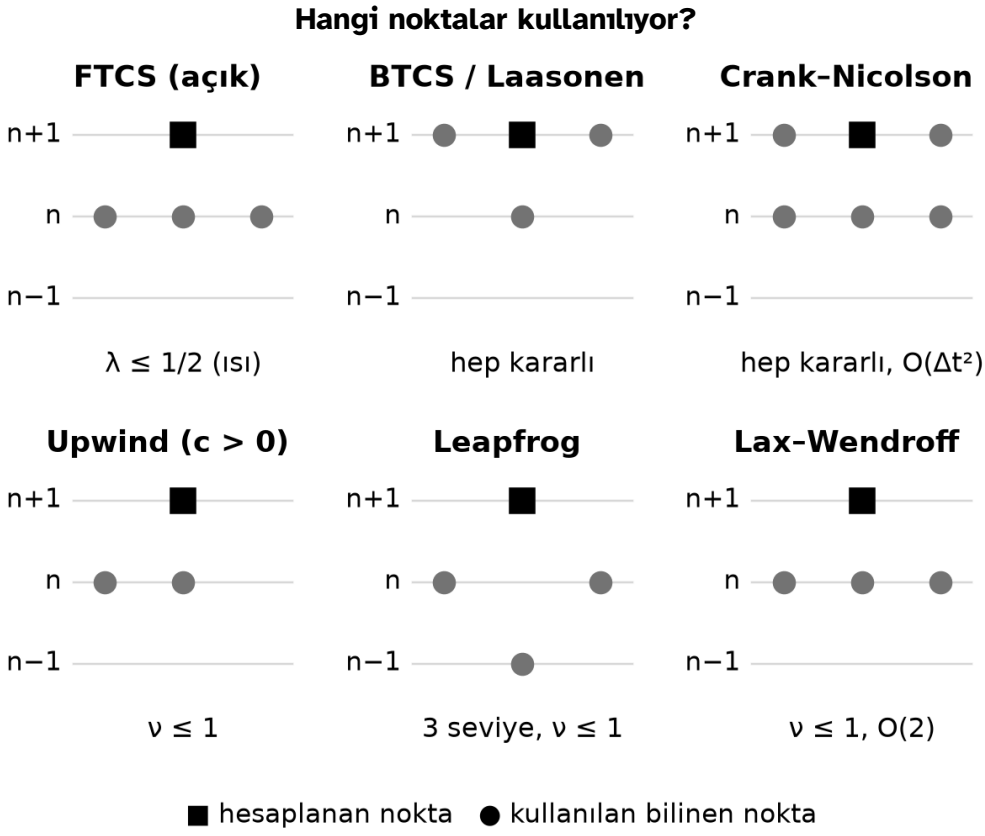
$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} - \nu\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

BTCS (kapalı) — koşulsuz kararlı, üçlü-köşegen:

$$-\frac{\nu}{2}u_{i-1}^{n+1} + u_i^{n+1} + \frac{\nu}{2}u_{i+1}^{n+1} = u_i^n$$

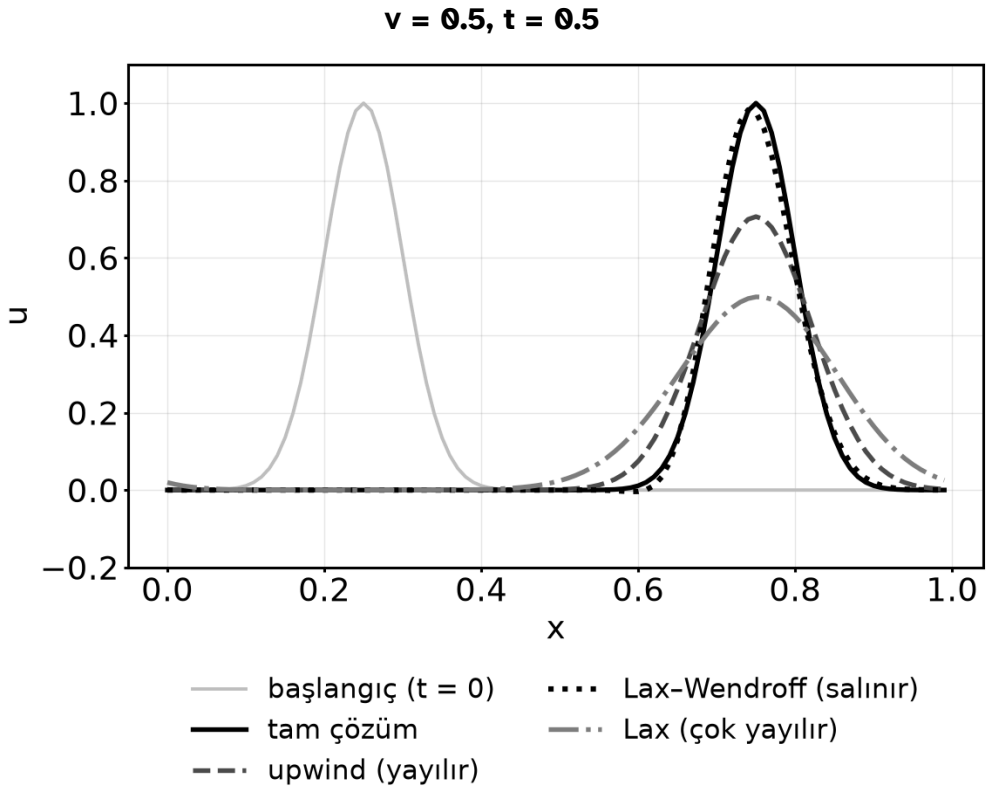
💎 **ÖZ:** 2. mertebe şemalar salınım yapar.

📌 K9 • ŞABLONLAR



💎 **ÖZ:** Şablona bakıp şemayı tanı.

📌 K9 · ŞEMALAR YAN YANA



- Tepe: tam 1.00 · LW 0.98 · upwind 0.71 · Lax 0.50

💎 **ÖZ:** Upwind/Lax yayar, LW salınır (HW3).

📌 K9 · YAZ + SINAVDA YAZ

Upwind, Lax, LW + koşul

- *CFL: the numerical domain of dependence must contain the physical one, $v \le 1$.*
- *Upwind uses the neighbour on the side the wind comes from.*

💎 **ÖZ:** Bir adımda bilgi en fazla bir hücre.

✓ S31 · UPWIND: 2 ADIM

tanım web'de çöz

u^0 = *[0, 0, 2, 4, 2, 0, 0] (i = 0…6), c > 0, v = 0.5, sol sınır 0. Upwind ile 2 adım; tam çözümle karşılaştır.*

Apply the **first-order upwind scheme** for two time steps and compare with the exact solution.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** v = 0.5 → kendisi ile sol komşunun ortalaması.

📋 Ne istiyor? — Soru 31

formül

Ne istiyor? $u^0 = [0, 0, 2, 4, 2, 0, 0]$, $c > 0$, $v = 0.5$ için upwind ile iki adım ve tam çözümle karşılaştırma.

Soru tipi: Hesap · upwind, 2 adım

animasyon

- *first-order upwind scheme* → birinci mertebe upwind şeması · $c > 0$ → sol komşu (geri fark)
- *compare with the exact solution* → tam çözümle karşılaştır · profil vn hücre kayar, şekil aynı

💎 **ÖZ:** Hesap · upwind, 2 adım

📋 Verilenler — Soru 31

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«v = 0.5»* → Courant sayısı. → **v = 0.5**
- *«c > 0»* → Bilgi soldan gelir; geri fark. → $\mathbf{u_{i-1}}$
- *«sol sınır 0»* → Sol hayali değer sıfır. → $\mathbf{u_{i-1} = 0}$
- *«first-order upwind scheme»* → Katsayılar 1 – v ve v. → **1 – v = 0.5**
- *«compare with the exact solution»* → Tam çözümle karşılaştırma. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 31

Upwind (c > 0) — «First-order upwind» = rüzgârın geldiği taraftaki (sol) komşuyla geri fark.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \nu\left(u_i^n - u_{i-1}^n\right) = (1-\nu)\,u_i^n + \nu\,u_{i-1}^n$$

v: Courant sayısı = cΔt/Δx · u_{i-1}: rüzgâr üstü (sol) komşu · 1 – v: kendi değerinin ağırlığı

💎 **ÖZ:** Formül: Upwind (c > 0)

📋 Adım adım — Soru 31 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **sadeleştir** — v = 0.5'i koy, şemayı ağırlıklı ortalamaya çevir. → **kendi + sol komşu ortalaması**


1. adım

2. **adım 1** — Her i için kendisi ile sol komşunun ortalamasını al. → **[0, 0, 1, 3, 3, 1, 0]**


2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 31 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **adım 2** — Aynı işlemi adım 1 sonucuna uygula. → **[0, 0, 0.5, 2, 3, 2, 0.5]**
4. **tam çözüm** — Tam çözümü bul: 2 adım × 0.5 = 1 hücre kayma. → **tepe 4** → **3: yayılma**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** c > 0 iken sağ komşuyu kullanmak; «kararlı = doğru» sanmak (upwind kararlı ama tepeyi yayar).

💎 **ÖZ:** Plan: sadeleştir → adım 1 → adım 2 → tam çözüm

✓ Çözüm — Soru 31

sınav cevabı

- **Sadeleştir:** $u_i^{n+1} = (1 - v)u_i^n + vu_{i-1}^n = 0.5u_i + 0.5u_{i-1}$
- **Adım 1:** [0, 0, 1, 3, 3, 1, 0]
- **Adım 2:** [0, 0, 0.5, 2, 3, 2, 0.5]
- **Tam çözüm (2 adım = 1 hücre):** [0, 0, 0, 2, **4**, 2, 0]
- **Gözlem:** toplam 8 korunuyor ✓, ama tepe 4 → 3, profil yayıldı → **numerical diffusion**
- v = 1 olsaydı profil tam bir hücre kayardı (hatasız).

Sınavda yaz: *Upwind is stable for v ≤ 1 but smears the peak (numerical diffusion).*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Tepe 4 → 3; kütle 8 korunur.

✓ S32 · LAX–WENDROFF: 1 ADIM

tanım web'de çöz

Aynı veri, v = 0.5. Lax–Wendroff ile bir adım; upwind ve tam çözüm [0, 0, 1, 3, 3, 1, 0] ile karşılaştır.

Apply the **Lax–Wendroff scheme** for one step and describe the error.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Katsayıları önce topla.

📋 Ne istiyor? — Soru 32

formül

Ne istiyor? Aynı profilde v = 0.5 ile Lax–Wendroff bir adım; upwind sonucu [0, 0, 1, 3, 3, 1, 0] ile karşılaştırıp hata tipini adlandırmak.

Soru tipi: Hesap · Lax–Wendroff, 1 adım

animasyon

- *Lax–Wendroff scheme* → Lax–Wendroff şeması · FTCS + $(v^2/2)$·ikinci fark, O(2)
- *describe the error* → hatayı tanımla · eksi değer, salınım → dispersion

---

💎 **ÖZ:** Hesap · Lax–Wendroff, 1 adım

📋 Verilenler — Soru 32

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«v = 0.5»* → Courant sayısı. → **v/2 = 0.25**
- *«Lax–Wendroff»* → İkinci terim $v^2/2$. → **$v^2/2$ = 0.125**
- *«Aynı veri»* → Başlangıç [0, 0, 2, 4, 2, 0, 0]. → **koşul**
- *«describe the error»* → Hata tipi istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 32

Lax–Wendroff — «Lax–Wendroff» = merkezi adveksiyon + kararlılık için v²/2'lik difüzyon terimi.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right) + \frac{\nu^2}{2}\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

v/2: adveksiyon katsayısı, 0.25 · v²/2: difüzyon katsayısı, 0.125

💎 **ÖZ:** Formül: Lax–Wendroff

📋 Adım adım — Soru 32

Adımlar — kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **katsayı** — Terimleri u_{i-1}, u_i, u_{i+1}'e göre topla. → **0.375 · 0.75 · −0.125**
2. **uygula** — Her düğümde üç komşuyu katsayılarla çarp. → **[0, −0.25, 1, 3.5, 3, 0.75, 0]**
3. **yorum** — Toplamı ve tepeyi upwind ile karşılaştır. → **tepe korunur, salınım var**

1. adım

2. adım

3. adım

⚠️ **Tuzak:** Eksi değeri hesap hatası sanmak; Lax–Wendroff'un salınımı (dispersion) beklenen davranıştır.

💎 **ÖZ:** Plan: katsayı → uygula → yorum

✓ Çözüm — Soru 32

sınav cevabı

- **Katsayılar (ν = 0.5):** u_i^{n+1} = 0.375u_{i-1} + 0.75u_i − 0.125u_{i+1}
- i = 1: −0.125·2 = **−0.25** · i = 2: 0.75·2 − 0.125·4 = **1.0**
- i = 3: 0.375·2 + 0.75·4 − 0.125·2 = **3.5** · i = 4: 1.5 + 1.5 = **3.0** · i = 5: **0.75**
- **Sonuç:** [0, −0.25, 1, 3.5, 3, 0.75, 0], toplam 8 ✓
- **Gözlem:** tepe korunuyor (3.5) ama **eksi değer** çıktı → salınım = **dispersion**

Sınavda yaz: *Lax–Wendroff is second-order but produces spurious oscillations near sharp gradients.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Upwind yayar, LW salınır.

✓ S33 · FTCS PATLAR, LAX YAYAR

tanım web'de çöz

Aynı veri, v = 0.5. (a) FTCS ile 1 adım. (b) Lax ile 1 adım. (c) θ = π/2 için |G|: FTCS 1 − iv sin θ, Lax cos θ − iv sin θ (i = √−1).

Show that **FTCS is unconditionally unstable** for advection, while the **Lax scheme** is stable for v ≤ 1.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** |G| > 1 ⟶ büyür.

📋 Ne istiyor? — Soru 33

formül

Ne istiyor? Aynı profilde v = 0.5 ile FTCS ve Lax birer adım; θ = π/2'de |G| ile FTCS'nin kararsız, Lax'in kararlı olduğunu göstermek.

Soru tipi: Hesap + kararlılık · FTCS ve Lax

animasyon

- *FTCS is unconditionally unstable* → FTCS koşulsuz kararsızdır · $|G|^2 = 1 + v^2 \sin^2\theta > 1$
- *Lax scheme is stable for v ≤ 1* → Lax şeması v ≤ 1'de kararlı · $|G|^2 = \cos^2\theta + v^2 \sin^2\theta$

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«v = 0.5»* → Courant sayısı. → **v/2 = 0.25**
- *«FTCS ile 1 adım»* → Merkezi farkla bir adım. → **$u_{i+1} - u_{i-1}$**
- *«Lax ile 1 adım»* → u_i yerine komşu ortalaması. → **$(u_{i+1} + u_{i-1})/2$**
- *«θ = π/2»* → Büyütme çarpanının alınacağı açı. → **koşul = π/2**

- *«FTCS is unconditionally unstable»* → Gösterilecek sonuç. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap + kararlılık · FTCS ve Lax

📋 Hangi formül? — Soru 33 (1/2)

FTCS adveksiyon — (a) şıkkı: zamanda ileri, uzayda merkezi fark.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

ν/2: 0.25 · u_{i+1} − u_{i-1}: merkezi fark

💎 **ÖZ:** FTCS adveksiyon

📋 Hangi formül? — Soru 33 (2/2)

Lax şeması — (b) şıkkı: FTCS'deki u_i yerine komşu ortalaması konur.

$$u_i^{n+1} = \frac{u_{i+1}^n + u_{i-1}^n}{2} - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

$(u_{i+1} + u_{i-1})/2$: komşu ortalaması; u_i yok

💎 **ÖZ:** Lax şeması

📋 Adım adım — Soru 33 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) FTCS** — $u_i - 0.25(u_{i+1} - u_{i-1})$ ile bir adım at. → **[0, −0.5, 1, 4, 3, 0.5, 0]**
2. **(b) Lax** — Komşu ortalamasından $0.25(u_{i+1} - u_{i-1})$ çıkar. → **[0, 0.5, 1, 2, 3, 1.5, 0]**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 33 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(c) FTCS G** — θ = π/2'de $|G|^2$'yi hesapla, kökünü al. → **$|G| = 1.118 > 1$ → kararsız**

3. adım

4. **(c) Lax G** — Aynı θ'da Lax'in |G|'sini bul. → **$|G| = 0.5 \leq 1$ → kararlı**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** $|G|^2$ ile |G|'yi karıştırmak: θ = π/2'de FTCS $|G|^2 = 1.25$ ($|G| = 1.118$), Lax $|G|^2 = 0.25$ ($|G| = 0.5$).

💎 **ÖZ:** Plan: (a) FTCS → (b) Lax → (c) FTCS G → (c) Lax G

✓ Çözüm — Soru 33

sınav cevabı

- **(a) FTCS:** [0, −0.5, 1, 4, 3, 0.5, 0] → eksi değer, tepe sönmüyor
- **(b) Lax:** [0, 0.5, 1, 2, 3, 1.5, 0] → kararlı ama aşırı yayılmış (ortadaki u_i hiç kullanılmıyor)
- **(c) FTCS:** $|G|^2 = 1 + v^2\sin^2\theta$ → θ = π/2'de **1.118 > 1** → her v'de kararsız
- **Lax:** $|G|^2 = \cos^2\theta + v^2\sin^2\theta$ → θ = π/2'de **0.5** → v ≤ 1 iken ≤ 1
- **Neden Lax kurtarıyor?** u_i yerine komşu ortalaması = eklenmiş yapay difüzyon

Sınavda yaz: *Replacing u_i by the neighbour average adds diffusion and stabilizes FTCS.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** FTCS |G| > 1; Lax |G| ≤ 1 (v ≤ 1).

✓ S34 · KOD OKU: advection.m

tanım

```
xmin=0; xmax=1; N=100; v=1;
dt=0.009; tmax=0.99;
dx=(xmax-xmin)/N;
x=xmin-dx : dx : xmax+dx;
u=exp(-200*(x-0.25).^2);
for n = 1 : tmax/dt
  u(1)=u(3); u(N+3)=u(N+1);
  for i = 2 : N+2
    unp1(i)=u(i)-v*dt/dx*...
            (u(i)-u(i-1));
  end
  u=unp1;
 end
```

web'de çöz

(a) Name the **scheme**. (b) **Courant number**?

(c) Role of u(1) and u(N+3)? (d) dt = 0.012? (e) v < 0?

💎 **ÖZ:** Kod HW3'ün başlangıç dosyası.

✓ S34 · CEVABINI YAZ

(a) şema · (b) v · (c) u(1), u(N+3) · (d) dt = 0.012 · (e) v < 0

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** v = v·dt/dx.

📋 Ne istiyor? — Soru 34

formül

Ne istiyor? Koddaki şemanın adı, Courant sayısı, u(1) ile u(N+3)'ün görevi, dt = 0.012'de ne olacağı ve v < 0 için gereken değişiklik.

Soru tipi: Kod okuma · advection.m

animasyon

- *Courant number* → Courant sayısı · v = v·dt/dx ≤ 1
- *ghost points* → hayali (ızgara dışı) noktalar · u(1), u(N+3): sıfır eğim koşulu

---

💎 **ÖZ:** Kod okuma · advection.m

📋 Verilenler — Soru 34

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Name the»* → Şemanın adı. → $\mathbf{u_i - u_{i-1}}$
- *«Courant number»* → v = v·dt/dx. → **v = 0.9**
- *«Role of u(1) and u(N+3)»* → Hayali noktalar. → **koşul**
- *«dt = 0.012»* → v = 1.2 olur. → **v = 1.2**
- *«v < 0»* → Bilgi sağdan gelir. → **koşul**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 34

Upwind (kod hali) — Döngüdeki satır birebir bu; v·dt/dx çarpanı Courant sayısıdır.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{v\,\Delta t}{\Delta x}\left(u_i^n - u_{i-1}^n\right), \qquad \nu = \frac{v\,\Delta t}{\Delta x}$$

v: Courant sayısı, ≤ 1 · dx: 0.01 · $u_i - u_{i-1}$: geri fark (v > 0)

💎 **ÖZ:** Formül: Upwind (kod hali)

📋 Adım adım — Soru 34 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) şema** — Döngüdeki farkın yönüne bak. → **FOU (first-order upwind)**
2. **(b) v** — dx'i bul, v = v·dt/dx hesapla. → **v = 0.9 ≤ 1 → kararlı**
3. **(c) ghost** — u(1) ve u(N+3) atamalarını sınır koşulu olarak oku. → **hayali nokta · Neumann**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 34 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **(d) dt** — dt = 0.012 için v'yü yeniden hesapla. → **v = 1.2** → **patlar**
5. **(e) v < 0** — Rüzgâr yönü değişince farkın yönünü çevir. → **u(i+1) − u(i)**

4. adım

5. adım

⚠️ **Tuzak:** dx'i yanlış almak (doğrusu 1/N = 0.01); v < 0 iken yine sol komşuyu (u(i−1)) kullanmak.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) şema → (b) v → (c) ghost → (d) dt → (e) v < 0

✓ Çözüm — Soru 34

sınav cevabı

- **(a)** FOU = **first-order upwind** (v > 0 → geri fark)
- **(b)** dx = 0.01 → v = 1·0.009/0.01 = **0.9 ≤ 1** → kararlı
- **(c)** Izgaranın dışındaki **hayali noktalar** (ghost): u(1) = u(3) → x = 0'da eğim sıfır; u(N+3) = u(N+1) → x = 1'de eğim sıfır (çıkış)
- **(d)** v = **1.2 > 1** → patlar
- **(e)** v < 0: bilgi sağdan gelir → u(i+1) − u(i) kullanılmalı
- Ek: tepe t = 0.5'te x = 0.75'te; t = 0.99'da 1.24 → alandan çıkar

Sınavda yaz: *With v = 0.9 the first-order upwind scheme is stable.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** FOU · v = 0.9 · ghost · 1.2 patlar.

✓ S35 · ŞEMA EŞLEŞTİR

tanım

Her şemanın kararlılık koşulunu, mertebesini ve hata tipini yaz.

Fill in the **stability condition**, **order** and **error type** for each scheme.

- FTCS · Upwind · Lax · Leapfrog · Lax–Wendroff · BTCS

web'de çöz

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Tablo doldurma geçen yıl çıktı.

📋 Ne istiyor? — Soru 35

formül

Ne istiyor? FTCS, upwind, Lax, leapfrog, Lax–Wendroff ve BTCS için kararlılık koşulu, doğruluk mertebesi ve hata tipi.

Soru tipi: Tablo · adveksiyon şemaları

animasyon

- *stability condition, order and error type* → kararlılık koşulu, mertebe, hata tipi · $v \le 1$? · $O(\Delta t, \Delta x)$ · yayar/salınır
- *diffusive vs dispersive* → yayan mı salınan mı · 1. mertebe yayar, 2. mertebe salınır

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«stability condition»* → Her şemanın koşulu. → **istenen**
- *«order»* → Mertebe. → **istenen**
- *«error type»* → Difüzyon mu dispersiyon mu. → **istenen**

- *«FTCS · Upwind · Lax · Leapfrog»* → Doldurulacak şemalar. → **koşul**

💎 **ÖZ:** Tablo · adveksiyon şemaları

📋 Hangi formül? — Soru 35

Kullanılacak bilgi: Açık adveksiyon şemaları v ≤ 1 ister (FTCS hep kararsız); BTCS hep kararlı. 1. mertebe yayar (diffusion), 2. mertebe salınır (dispersion).

terimler

türetim

💎 **ÖZ:** Formül: Açık adveksiyon şemaları v ≤ 1 ister (FTCS hep kararsız); BT

📋 Adım adım — Soru 35 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **uçlar** — Kararlılıkta iki ucu yaz: hep kararsız ve hep kararlı. → **FTCS kararsız · BTCS kararlı**

1. adım

2. **1. mertebe** — Upwind ve Lax: v ≤ 1, yayılma. → **v ≤ 1 · yayılma**

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 35 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **2. mertebe** — Leapfrog ve Lax–Wendroff: v ≤ 1, O(Δt², Δx²), salınım. → **v ≤ 1 · salınım**
4. **kural** — Tabloyu tek kuralla özetle. → **1. yayar · 2. salınır**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Leapfrog'u 1. mertebe saymak ya da BTCS'ye v ≤ 1 koşulu yazmak; BTCS koşulsuz kararlı.

💎 **ÖZ:** Plan: uçlar → 1. mertebe → 2. mertebe → kural

✓ Çözüm — Soru 35

sınav cevabı

- **FTCS:** kararsız · $O(\Delta t, \Delta x^2)$ · —
- **Upwind:** $v \le 1$ · $O(\Delta t, \Delta x)$ · yayılma (diffusion)
- **Lax:** $v \le 1$ · $O(\Delta t, \Delta x^2/\Delta t)$ · çok yayılma
- **Leapfrog:** $v \le 1$ · $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$ · faz hatası, hesaplama modu
- **Lax–Wendroff:** $v \le 1$ · $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$ · salınım (dispersion)
- **BTCS:** hep kararlı · $O(\Delta t, \Delta x^2)$ · yayılma; üçlü-köşegen

Sınavda yaz: *First-order schemes are diffusive; second-order schemes are dispersive.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 1. mertebe yayar, 2. mertebe salınır.

📌 K10 · ÜÇ KAVRAM + LAX

- **Consistency (tutarlılık):** $\Delta t, \Delta x \to 0$ iken fark denklemi → PDE (kesme hatası → 0)
- **Stability (kararlılık):** hatalar adım adım büyümez
- **Convergence (yakınsama):** sayısal çözüm → gerçek çözüm
- **Lax denklik teoremi:** iyi konmuş doğrusal problemde, tutarlı bir şema için **kararlılık** ⇔ **yakınsama**

💎 **ÖZ:** Tutarlı + kararlı = yakınsak.

📌 K10 · VON NEUMANN

$$\varepsilon_j^n = G^n\, e^{\,I\theta j}, \qquad |G| \le 1$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- G — büyütme çarpanı (amplification factor)
- θ = kΔx — faz açısı; θ = π → 2Δx dalgası
- I = √−1 · j düğüm numarası
- |G| > 1 → hata her adımda büyür

💎 **ÖZ:** Hatayı Fourier dalgası say, G'yi bul.

📌 K10 · G TABLOSU

- **FTCS ısı:** $G = 1 - 4\lambda \sin^2(\theta/2) \rightarrow \lambda \leq ½$
- **FTCS adveksiyon:** $G = 1 - Iv \sin\theta \rightarrow$ hep $|G| > 1$
- **Upwind:** $G = 1 - v + v\, e^{(-I\theta)} \rightarrow v \leq 1$
- **Lax:** $G = \cos\theta - Iv \sin\theta \rightarrow v \leq 1$
- **LW, leapfrog:** $v \leq 1$ · **BTCS, CN:** hep kararlı
- **Euler (ODE):** $G = 1 - (c/m)\Delta t \rightarrow \Delta t \leq 2m/c$ (S8)

💎 **ÖZ:** Koşulu en kötü θ belirler.

📌 K10 · MODİFİYE DENKLEM

$$u_t + c\,u_x = \frac{c\,\Delta x}{2}\,(1-\nu)\,u_{xx} + \dots$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- sağ taraf — upwind'in kesme hatası
- cΔx(1 – ν)/2 — sayısal viskozite
- $u_{xx} \rightarrow$ yayılma; $u_{xxx} \rightarrow$ salınım

---

💎 **ÖZ:** Şema aslında başka bir denklemi çözer.

📌 K10 · YAZ + SINAVDA YAZ

Üç kavram + Lax teoremi + G

- *A consistent scheme converges if and only if it is stable (Lax equivalence theorem).*
- *Von Neumann analysis requires $|G| \leq 1$ for all wave numbers.*

💎 **ÖZ:** Kararsız şema yakınsamaz.

✓ S36 · VON NEUMANN: ISI

tanım web'de çöz

Isı denkleminin FTCS şeması için von Neumann analiziyle kararlılık koşulunu türet.

Use **von Neumann stability analysis** to show that FTCS for the heat equation requires $\lambda \leq 1/2$.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Hata da aynı fark denklemini sağlar.

📋 Ne istiyor? — Soru 36

formül

Ne istiyor? Isı denkleminin FTCS şeması için von Neumann analiziyle G'yi bulup λ ≤ ½ koşulunu türetmek.

Soru tipi: Türetme · von Neumann, ısı FTCS

animasyon

- *von Neumann stability analysis* → von Neumann kararlılık analizi · ε = G^n exp(Iθj), |G| ≤ 1
- *show that FTCS requires λ ≤ 1/2* → FTCS'nin λ ≤ ½ istediğini göster · en kötü θ = π: 1 − 4λ ≥ −1

💎 **ÖZ:** Türetme · von Neumann, ısı FTCS

📋 Verilenler — Soru 36

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«von Neumann stability analysis»* → Fourier bileşeni koyup G bulunur. → **G**
- *«FTCS for the heat equation»* → Hata şemayı sağlar. → **θ = kΔx**
- *«λ ≤ 1/2»* → Gösterilecek koşul. → **λ = 1/2**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 36

FTCS ısı büyütme çarpanı — «Von Neumann analysis» = hata dalgasını şemaya koyup G'yi bulmak.

terimler

türetim

$$G = 1 - 4\lambda \, \sin^2 \frac{\theta}{2}, \qquad |G| \leq 1$$

G: büyütme çarpanı · θ = kΔx: faz açısı; π → 2Δx dalgası · λ: kΔt/Δx²

💎 **ÖZ:** Formül: FTCS ısı büyütme çarpanı

📋 Adım adım — Soru 36 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **hata şema** — Hatanın da aynı FTCS denklemini sağladığını yaz. → **hata denklemi**


1. adım

2. **koy, böl** — $\varepsilon = G^n \exp(I\theta j)$ koy, $G^n \exp(I\theta j)$'ye böl. → **$G = 1 + \lambda(2\cos\theta - 2)$**


2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 36 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **sadeleştir** — $1 - \cos\theta = 2\sin^2(\theta/2)$ kullan.
   → **$G = 1 - 4\lambda \sin^2(\theta/2)$**
4. **en kötü θ** — θ = π'de G'yi −1'den büyük tut.
   → **$\lambda \leq ½$**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** G ≤ 1 koşuluna bakıp durmak; sınır G ≥ −1'den (θ = π, 2Δx dalgası) çıkar.

💎 **ÖZ:** Plan: hata şema → koy, böl → sadeleştir → en kötü θ

✓ Çözüm — Soru 36

sınav cevabı

- **Hata da aynı şemayı sağlar:**

$$\varepsilon_j^{n+1} = \varepsilon_j^n + \lambda\left(\varepsilon_{j+1}^n - 2\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n\right)$$

- **Koy, böl:** G = 1 + λ($e^{I\theta}$ − 2 + $e^{-I\theta}$) = 1 + λ(2cos θ − 2) = **1 − 4λ sin²(θ/2)**
- **En kötü θ = π:** G = 1 − 4λ ≥ −1 → **λ ≤ ½**
- λ = 0.6 → G = −1.4 → 2Δx zikzak her adımda 1.4 kat (S27)

Sınavda yaz: *The worst case is the 2Δx wave: |1 − 4λ| ≤ 1 gives λ ≤ 1/2.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** G = 1 − 4λ sin²(θ/2) → λ ≤ ½.

✓ S37 · VON NEUMANN: UPWIND

tanım web'de çöz

Upwind için G = 1 − v + v$e^{-I\theta}$. |G|²'yi bul, koşulu çıkar; v = 0.5, 1, 1.5 için θ = π'de G?

Derive $|G|^2$ for the **upwind scheme** and find the **CFL condition**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Gerçek ve sanal kısmı ayır.

📋 Ne istiyor? — Soru 37

formül

Ne istiyor? Upwind için $|G|^2$'yi bulup kararlılık (CFL) koşulunu çıkarmak; $v = 0.5, 1, 1.5$'te $\theta = \pi$ için G değerleri.

Soru tipi: Türetme · von Neumann, upwind

animasyon

- *derive $|G|^2$ for the upwind scheme* → upwind için $|G|^2$'yi türet · gerçek kısım² + sanal kısım²
- *CFL condition* → CFL koşulu · $0 \le v \le 1$

💎 **ÖZ:** Türetme · von Neumann, upwind

📋 Verilenler — Soru 37

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Upwind için G»* → Verilen büyütme çarpanı. → **1 – cos θ**
- *«v = 0.5, 1, 1.5»* → Denenecek Courant sayıları. → **v = 0.5; 1; 1.5**
- *«CFL condition»* → Çıkacak koşul. → **v(1 – v) ≥ 0**
- *«|G|²'yi bul»* → İstenen ifade. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 37

Upwind |G|² — «Derive |G|²» = G'yi gerçek ve sanal kısma ayırıp karelerini toplamak.

terimler

türetim

$$|G|^2 = 1 - 2\nu(1-\nu)(1-\cos\theta)$$

v: Courant sayısı · 1 – cos θ: 0 ile 2 arası, hep ≥ 0 · v(1 – v) ≥ 0: |G| ≤ 1 şartı

💎 **ÖZ:** Formül: Upwind |G|²

📋 Adım adım — Soru 37 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **ayır** — exp(−Iθ) = cos θ − I sin θ ile G'yi ayır. → **gerçek + sanal kısım**
2. **|G|²** — İki kısmın karelerini topla, sadeleştir. → **|G|² = 1 − 2v(1−v)(1−cos θ)**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 37 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **koşul** — $|G| \le 1$ için $v(1 - v) \ge 0$ olmalı. → **$0 \le v \le 1$ (CFL)**
4. **$\theta = \pi$** — $\cos \pi = -1$ ile G'yi üç v için hesapla. → **$G = 0 \cdot -1 \cdot -2$**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** $|G|^2$ yerine yalnız gerçek kısma bakmak; koşul tek yönlü değil, $0 \le v \le 1$ ($c > 0$ için).

💎 **ÖZ:** Plan: ayır → $|G|^2$ → koşul → $\theta = \pi$

✓ Çözüm — Soru 37 (1/2)

sınav cevabı

- G = (1 – v + v cos θ) – Iv sin θ
- $|G|^2 = (1 - v + v\cos\theta)^2 + v^2\sin^2\theta$

$$|G|^2 = 1 - 2\nu(1-\nu)(1-\cos\theta)$$

- $|G| \le 1 \Leftrightarrow v(1-v) \ge 0 \Leftrightarrow$ **0 ≤ v ≤ 1**
- **θ = π:** v = 0.5 → G = 0 (2Δx dalgası bir adımda silinir) · v = 1 → G = –1 (tam kayma) · v = 1.5 → G = –2 (her adımda iki katı)

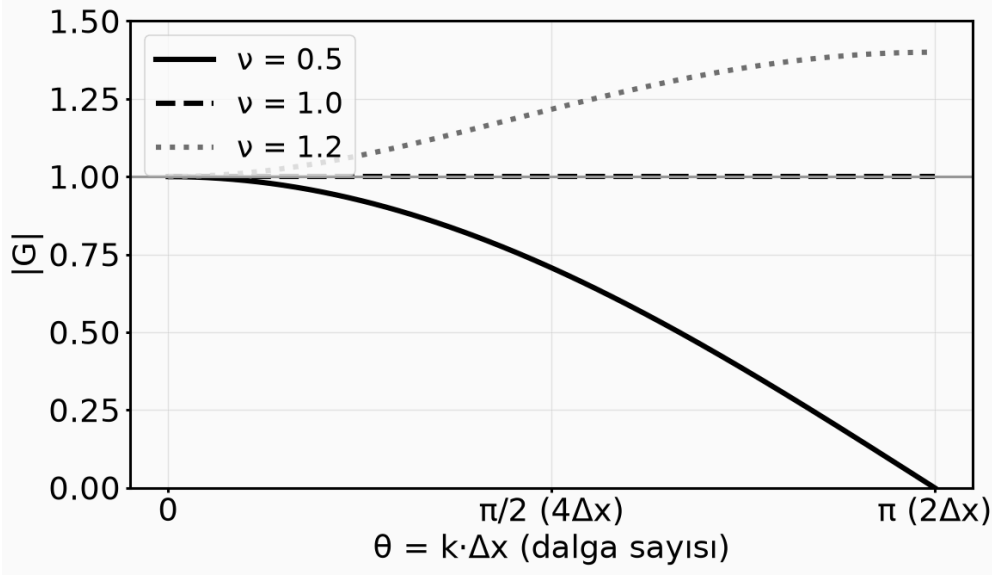
adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 0 ≤ v ≤ 1 = CFL.

✓ Çözüm — Soru 37 (2/2)

Upwind |G|: ν = 0.5 kısa dalgaları söndürür, 1.2 büyütür



Sınavda yaz: *Upwind is stable for 0 ≤ ν ≤ 1 and damps short waves most.*

💎 **ÖZ:** Kısa dalga en çok söner.

✓ S38 · SAYISAL VİSKOZİTE

tanım web'de çöz

Upwind'in modifiye denklemindeki katsayı $c\Delta x(1 - \nu)/2$. c = 10 m/s, Δx = 10 km, ν = 0.5 için hesapla; ν = 1'de ne olur? Havanın moleküler viskozitesi ≈ 1.5×10^{-5} m²/s.

Compute the **numerical viscosity** of the upwind scheme.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Kesme hatasındaki u_xx katsayısı.

📋 Ne istiyor? — Soru 38

formül

Ne istiyor? Upwind'in modifiye denklemindeki $c\Delta x(1 - v)/2$ katsayısının $c = 10$ m/s, $\Delta x = 10$ km, $v = 0.5$ için değeri ve $v = 1$'deki durumu.

Soru tipi: Hesap · sayısal viskozite

animasyon

- *numerical viscosity* → sayısal viskozite · $K = c\Delta x(1 - v)/2$
- *modified equation* → modifiye denklem · şemanın gerçekte çözdüğü denklem

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«c = 10 m/s»* → Taşıma hızı. → **$c\Delta x(1 - v)/2 = 10$ m/s**
- *«Δx = 10 km»* → Izgara aralığı. → **$c\Delta x(1 - v)/2 = 10\,000$ m**
- *«v = 0.5»* → Courant sayısı. → **$c\Delta x(1 - v)/2 = 0.5$**

- *«numerical viscosity»* → u_{xx} önündeki katsayı. → **u_{xx}**
- *«v = 1'de ne olur?»* → Katsayı sıfıra iner. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · sayısal viskozite

📋 Hangi formül? — Soru 38

Upwind modifiye denklemi — «Numerical viscosity» = kesme hatasındaki u_{xx} teriminin katsayısı.

terimler

türetim

$$u_t + c\,u_x = \frac{c\,\Delta x}{2}\,(1-\nu)\,u_{xx} + \dots$$

$c\Delta x(1 - \nu)/2$: sayısal viskozite, m^2/s · u_{xx}: difüzyon terimi → yayılma

---

💎 **ÖZ:** Formül: Upwind modifiye denklemi

📋 Adım adım — Soru 38 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **kaynak** — Taylor açılımından katsayıyı çıkar. → **K = cΔx(1 − v)/2**
2. **sayı** — Değerleri koy (Δx metre). → **25 000 m²/s**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 38 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **kıyas** — Moleküler viskoziteyle karşılaştır. → **~10^9 kat büyük**

3. adım

4. **v = 1** — v = 1'de katsayıya bak. → **K = 0** → **tam çözüm**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Δx'i km olarak bırakmak (25 m^2/s çıkar); (1 – v) çarpanını unutmak.

💎 **ÖZ:** Plan: kaynak → sayı → kıyas → v = 1

✓ Çözüm — Soru 38

sınav cevabı

- **Kaynak:** Taylor açılımı: u_t + cu_x = –(Δt/2)u_{tt} + (cΔx/2)u_{xx} + … ve u_{tt} = c²u_{xx}
- → katsayı (cΔx/2)(1 – v)
- **Sayı:** 10 × 10 000 / 2 × 0.5 = **25 000 m²/s**
- Moleküler değerin ~10^9 katı → upwind küçük yapıları **siler**
- **v = 1:** katsayı 0 → upwind tam çözüm verir

Sınavda yaz: *The truncation error acts like an artificial viscosity of cΔx(1 – v)/2.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 25 000 m²/s; v = 1'de sıfır.

✓ S39 · ÜÇ KAVRAM

tanım web'de çöz

Tutarlılık, kararlılık, yakınsamayı tanımla; Lax teoremini yaz. FTCS adveksiyon tutarlı olduğu halde neden yakınsamaz?

Define **consistency**, **stability** and **convergence**, and state the **Lax equivalence theorem**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Tanım + teorem + örnek.

📋 Ne istiyor? — Soru 39

formül

Ne istiyor? Tutarlılık, kararlılık ve yakınsamanın tanımı, Lax denklik teoremi ve FTCS adveksiyonun tutarlı olduğu halde neden yakınsamadığı.

Soru tipi: Tanım · tutarlı, kararlı, yakınsak

animasyon

- *consistency, stability and convergence* → tutarlılık, kararlılık ve yakınsama · tutarlı + kararlı ⇔ yakınsak
- *Lax equivalence theorem* → Lax denklik teoremi · tutarlı şemada kararlılık ⇔ yakınsama

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«consistency»* → Fark denklemi PDE'ye döner. → **koşul**
- *«convergence»* → Izgara inceldikçe gerçeğe gider. → **koşul**
- *«Lax equivalence theorem»* → Tutarlılık + kararlılık = yakınsama. → **istenen**

- *«neden yakınsamaz?»* → FTCS kararsız olduğu için. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Tanım · tutarlı, kararlı, yakınsak

📋 Hangi formül? — Soru 39

Kullanılacak bilgi: Tutarlı: Δt, Δx → 0'da kesme hatası → 0. Kararlı: hatalar büyümez. Yakınsak: çözüm → gerçek. Lax: tutarlı + kararlı ⇔ yakınsak.

terimler

türetim

💎 **ÖZ:** Formül: Tutarlı: Δt, Δx → 0'da kesme hatası → 0. Kararlı: hatalar bü

📋 Adım adım — Soru 39 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **tanımlar** — Üç kavramı birer cümleyle yaz. → **tutarlı · kararlı · yakınsak**
2. **Lax** — Teoremi koşullarıyla yaz. → **tutarlı + kararlı ⇔ yakınsak**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 39 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **FTCS adv.** — Teoremi FTCS adveksiyona uygula. → **yakınsamaz**
4. **DuFort** — Ters örneği yaz. → **kararlı ≠ tutarlı**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** «Tutarlıysa yakınsar» demek; Lax teoreminde kararlılık da şart ve teorem doğrusal problemler için.

💎 **ÖZ:** Plan: tanımlar → Lax → FTCS adv. → DuFort

✓ Çözüm — Soru 39

sınav cevabı

- **Consistency:** $\Delta t, \Delta x \to 0$ iken kesme hatası $\to 0$ (fark denklemi PDE'ye döner)
- **Stability:** yuvarlama/başlangıç hataları adım adım büyümez
- **Convergence:** ızgara inceldikçe sayısal çözüm → gerçek çözüm
- **Lax:** doğrusal, iyi konmuş problemde tutarlı şema yakınsar ⇔ kararlıdır
- **FTCS adveksiyon:** tutarlı (hata $O(\Delta t, \Delta x^2)$) ama kararsız → **yakınsamaz**
- **DuFort–Frankel:** kararlı ama $\Delta t/\Delta x$ sabit kalırsa başka denkleme tutarlı

Sınavda yaz: *Consistency plus stability gives convergence.*

adım adım

💎 **ÖZ:** Kararsız → yakınsamaz.

📌 K11 · DALGA DENKLEMİ

- **Ne?** Gergin telde yer değiştirmenin yayılması (hiperbolik).
- **Nerede?** Geçen yıl finalde soruldu.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- u(x, t) — telin düşey yer değiştirmesi
- T — gerilme kuvveti, N
- μ — birim boy kütlesi, kg/m · c — dalga hızı

💎 **ÖZ:** c = √(T/μ) bir hızdır.

📌 K11 · AÇIK ŞEMA

$$u_i^{n+1} = 2u_i^n - u_i^{n-1} + \nu^2 \left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- v = cΔt/Δx ≤ 1 (CFL)
- 3 zaman seviyesi: n − 1, n, n + 1
- ilk adım (hız 0): $u^1 = u^0$ + (v²/2)(...)
- v = 1'de tam çözüm

💎 **ÖZ:** Zamanda da uzayda da «1, −2, 1».

📌 K11 · YAZ + SINAVDA YAZ

Dalga denklemi, c, açık şema

- *The wave equation is hyperbolic with two characteristics, dx/dt = ±c.*
- *d'Alembert: u = ½[f(x − ct) + f(x + ct)].*

💎 **ÖZ:** Puls ikiye ayrılır.

✓ S40 · TÜRET + BOYUT

tanım web'de çöz

(a) Tel elemanındaki kuvvetlerden dalga denklemini türet. (b) c'nin hız olduğunu boyutla göster. (c) T = 100 N, μ = 0.01 kg/m → c? Δx = 0.1 m → en büyük Δt?

Derive the wave equation and use **dimensional analysis** to show that c is a speed.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Düşey kuvvet farkı = kütle × ivme.

📋 Ne istiyor? — Soru 40

formül

Ne istiyor? Tel elemanından dalga denklemi, c'nin hız olduğunun boyut analizi; T = 100 N, μ = 0.01 kg/m, Δx = 0.1 m için c ve en büyük Δt.

Soru tipi: Türetme + hesap · dalga denklemi

animasyon

- *derive the wave equation* → dalga denklemini türet · düşey kuvvet farkı = $\mu \Delta x \cdot u_{tt}$
- *dimensional analysis* → boyut analizi · $[c^2] = [u_{tt}]/[u_{xx}] = m^2/s^2$

💎 **ÖZ:** Türetme + hesap · dalga denklemi

📋 Verilenler — Soru 40

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«T = 100 N»* → Teldeki gerilme. → **T = 100 N**
- *«μ = 0.01 kg/m»* → Birim uzunluk kütlesi. → **μ = 0.01 kg/m**
- *«Δx = 0.1 m»* → Izgara aralığı. → **Δx/c = 0.1 m**
- *«en büyük Δt?»* → CFL sınırı. → **istenen**
- *«dimensional analysis»* → c'nin hız olduğu gösterilecek. → **c**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 40 (1/2)

Dalga denklemi — «Derive the wave equation» = Newton'un 2. yasasını tel elemanına uygulamak.

terimler

türetim

$$T\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mu\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \;\Rightarrow\; c^2 = \frac{T}{\mu}$$

T: gerilme, N · μ: birim boy kütlesi, kg/m · c: dalga hızı = √(T/μ)

💎 **ÖZ:** Dalga denklemi

📋 Hangi formül? — Soru 40 (2/2)

CFL (dalga) — «En büyük Δt» açık şemanın kararlılık koşulundan gelir.

$$\nu = \frac{c\,\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \;\Rightarrow\; \Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}$$

v: Courant sayısı · Δx/c: dalganın bir hücreyi geçme süresi

💎 **ÖZ:** CFL (dalga)

📋 Adım adım — Soru 40 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **kuvvet** — Elemanın iki ucundaki gerilmenin düşey bileşenlerini yaz. → **düşey kuvvet = kütle × ivme**

1. adım

2. **küçük açı** — sin θ ≈ tan θ = ∂u/∂x koy, Δx'e böl, limit al. → $\mathbf{u_{tt} = c^2\, u_{xx}}$

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 40 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(b) boyut** — u_{tt} ve u_{xx}'in birimlerini oranla. → **c: m/s**
4. **(c) sayı** — c'yi hesapla, CFL'den Δt sınırını bul. → **c = 100 m/s · Δt ≤ 0.001 s**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** c = T/μ yazıp karekökü unutmak; Δt sınırında Δx/c yerine ısı denklemindeki Δx^2'li formülü kullanmak.

💎 **ÖZ:** Plan: kuvvet → küçük açı → (b) boyut → (c) sayı

✓ Çözüm — Soru 40

sınav cevabı

- **(a)** Düşey: $T \sin\theta(x+\Delta x) - T\sin\theta(x) = \mu \Delta x\, \partial^2 u/\partial t^2$
- Küçük açı: $\sin\theta \approx \tan\theta = \partial u/\partial x \to \Delta x$'e böl, limit:

$$T\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Rightarrow c^2 = \frac{T}{\mu}$$

- **(b)** $[u_{tt}]$ = m/s², $[u_{xx}]$ = 1/m → c² = m²/s² → **c: m/s**
- **(c)** c = √(100/0.01) = **100 m/s** · $\Delta t \le \Delta x/c$ = **0.001 s**

Sınavda yaz: *c has units of velocity: it is the wave speed.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** c = 100 m/s, Δt ≤ 1 ms.

✓ S41 · DALGA: 2 ADIM

tanım web'de çöz

Uçları sabit tel: u^0 *= [0, 0, 0, 4, 0, 0, 0], başlangıç hızı 0, v = 1.* u^1 *ve* u^2*'yi bul ve yorumla.*

Use the **explicit scheme** for the wave equation with v = 1 to compute two time steps.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** İlk adımda ½ çarpanını unutma.

📋 Ne istiyor? — Soru 41

formül

Ne istiyor? Uçları sabit telde $u^0 = [0, 0, 0, 4, 0, 0, 0]$, başlangıç hızı 0, $v = 1$ için u^1 ve u^2 ile yorumu.

Soru tipi: Hesap · dalga denklemi, açık şema

animasyon

- *explicit scheme for the wave equation* → dalga denklemi için açık şema · $2u^n - u^{n-1} + v^2(1, -2, 1)$
- *initial velocity is zero* → başlangıç hızı sıfır · ilk adımda ½ çarpanı

💎 **ÖZ:** Hesap · dalga denklemi, açık şema

📋 Verilenler — Soru 41

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«başlangıç hızı 0»* → İlk adım özel formülle. → **ilk adım = 0**
- *«v = 1»* → Courant sayısı. → **$v^2 = 1$**
- *«Uçları sabit tel»* → Uçlarda u = 0. → **koşul = 0**
- *«two time steps»* → n – 1, n, n + 1 seviyeleri. → **n – 1, n, n + 1**
- *«yorumla»* → Sonuç yorumlanacak. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 41

Dalga denklemi açık şeması — «Explicit scheme for the wave equation» = zamanda ve uzayda 1, −2, 1 kalıbı.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = 2u_i^n - u_i^{n-1} + \nu^2 \left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

n − 1, n, n + 1: üç zaman seviyesi · ν^2: 1 · ilk adım: u_i^0 + $(\nu^2/2)(\ldots)$

💎 **ÖZ:** Formül: Dalga denklemi açık şeması

📋 Adım adım — Soru 41 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **ilk adım** — Hız 0 olduğu için ½ çarpanlı ilk adım formülünü kullan. → **½ çarpanlı formül**


1. adım

2. **u^1** — i = 2, 3, 4'te hesapla. → **u^1 = [0, 0, 2, 0, 2, 0, 0]**


2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 41 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **u^2** — Tam şemayı u^1 ve u^0 ile uygula. → **u^2 = [0, 2, 0, 0, 0, 2, 0]**

3. adım

4. **yorum** — Profilin ne yaptığını yaz. → **puls ikiye ayrıldı**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** İlk adımda ½ çarpanını unutmak; u^2'de u^{n-1} = u^0 terimini çıkarmayı atlamak.

💎 **ÖZ:** Plan: ilk adım → u^1 → u^2 → yorum

✓ Çözüm — Soru 41

sınav cevabı

- **İlk adım:** $u_i^1 = u_i^0 + ½(u_{i+1}^0 - 2u_i^0 + u_{i-1}^0)$
- i = 2: 0 + ½·4 = **2** · i = 3: 4 + ½·(−8) = **0** · i = 4: **2** → u^1 = [0, 0, 2, 0, 2, 0, 0]
- **İkinci adım:** $u_i^2 = 2u_i^1 - u_i^0 + (u_{i+1}^1 - 2u_i^1 + u_{i-1}^1)$
- i = 1: 0 − 0 + 2 = **2** · i = 2: 4 − 0 − 4 = **0** · i = 3: 0 − 4 + 4 = **0** · i = 5: **2**
- u^2 = [0, **2**, 0, 0, 0, **2**, 0] → puls **ikiye ayrıldı**, her yarı adım başına bir hücre gidiyor

Sınavda yaz: *The pulse splits into two halves travelling left and right (d'Alembert).*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 4 → 2 + 2, ±1 hücre/adım.

📌 K12 · MODEL DENKLEM (BURGERS)

- **Ne?** Navier–Stokes'un 1B oyuncak hali: adveksiyon + difüzyon.
- **Nerede?** Ders notlarında «viscous Burgers equation».

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\alpha + \beta u)\frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Formüldeki terimler — tek tek:

- α — sabit taşıma hızı
- βu — doğrusal olmayan adveksiyon
- μ — viskozite (kitapta ν)

💎 **ÖZ:** α, β, μ seçimi = farklı denklem.

📌 K12 · ÖZEL DURUMLAR

- **β = 0, μ = 0:** doğrusal adveksiyon (hiperbolik)
- **α = 0, β = 0:** ısı / difüzyon (parabolik)
- **β = 0:** doğrusal adveksiyon–difüzyon
- **α = 0, β = 1:** viskoz Burgers · μ = 0 da → viskozsuz Burgers (şok)
- **FTCS kararlılığı (adv.–dif.):** $d = \mu\Delta t/\Delta x^2 \le ½$ **ve** $v^2 \le 2d$

💎 **ÖZ:** Burgers = u·∂u/∂x + difüzyon.

📌 K12 · YAZ + SINAVDA YAZ

Model denklem + 4 özel durum

- *Burgers' equation keeps the nonlinear advection and the viscous term of Navier–Stokes.*
- *Without viscosity the solution steepens into a shock.*

💎 **ÖZ:** Viskozite şoku yumuşatır.

✓ S42 · HANGİ DENKLEM?

tanım web'de çöz

Her denklemin adını yaz: (a) $u_t + 2u_x = 0$ (b) $u_t = 0.1u_{xx}$ (c) $u_t + uu_x = 0.1u_{xx}$ (d) $u_t + uu_x = 0$. (d)'de neden şok oluşur?

Identify each special case of the model equation.

Why does (d) develop a **shock**?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** α, β, μ'yü oku.

📋 Ne istiyor? — Soru 42

formül

Ne istiyor? Dört denklemin model denklemin hangi özel hali olduğu ve viskozsuz Burgers'ta şokun neden oluştuğu.

Soru tipi: Eşleştirme · model denklem (Burgers)

animasyon

- *identify each special case* → her özel durumu tanı · α, β, μ değerlerini oku
- *why does it develop a shock* → neden şok oluşur · taşıma hızı = u → dikleşme

---

💎 **ÖZ:** Eşleştirme · model denklem (Burgers)

📋 Verilenler — Soru 42

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«special case of the model equation»* → Katsayıları okuyup ad ver. → **α**
- *«Her denklemin adını yaz»* → İstenen adlar. → **istenen**
- *«develop a»* → Şok sorusu. → **βu**
- *«shock»* → Süreksizlik oluşumu; μ = 0. → **μ = 0**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 42

Model denklem — «Special case of the model equation» deniyor; α, β, μ okunup ad verilir.

terimler

türetim

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\alpha + \beta u)\frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

α: sabit taşıma hızı · βu: doğrusal olmayan adveksiyon · μ: viskozite

Kullanılacak bilgi: β = 0, μ = 0 doğrusal adveksiyon · α = β = 0 ısı · α = 0, β = 1 viskoz Burgers · μ = 0 da olursa viskozsuz Burgers (şok).

💎 **ÖZ:** Formül: Model denklem

📋 Adım adım — Soru 42 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) (b)** — Doğrusal iki durumu oku. → **adveksiyon · difüzyon**
2. **(c) (d)** — u·ux'li iki durumu oku. → **viskoz · viskozsuz Burgers**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 42 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **şok** — (d)'de taşıma hızının u olmasını yorumla. → **dikleşme** → **şok**
4. **viskozite** — (c)'de viskozitenin rolünü yaz. → **viskozite şoku yumuşatır**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** (a)'yı ikinci mertebe dalga denklemi sanmak; (c) ile (d)'yi ayıran tek şey μu_{xx} terimi.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) (b) → (c) (d) → şok → viskozite

✓ Çözüm — Soru 42

sınav cevabı

- **(a)** α = 2, β = 0, μ = 0 → doğrusal adveksiyon (dalga, 1. mertebe)
- **(b)** α = β = 0 → difüzyon / ısı
- **(c)** α = 0, β = 1 → **viskoz Burgers**
- **(d)** μ = 0 → **viskozsuz Burgers**
- **Şok neden?** Taşıma hızı = u: büyük u'lu kısımlar hızlı gider, önündeki yavaş kısma yetişir → eğim dikleşir → süreksizlik
- Viskozite (c)'de bu dikleşmeyi yayar.

Sınavda yaz: *Faster parts catch up with slower parts, so the wave steepens into a shock.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Hız = u → dikleşme → şok.

✓ S43 · ADV.–DİF.: 1 ADIM

tanım web'de çöz

c = 1 m/s, μ = 0.05 m²/s, Δx = 0.1 m, Δt = 0.05 s, u^0 = [0, 0, 2, 4, 2, 0, 0]. (a) v, d ve kararlılık (b) FTCS ile 1 adım (c) S31 ile karşılaştır.

Check the **stability** of FTCS for the advection–diffusion equation and advance one step.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** İki koşulu birden denetle.

📋 Ne istiyor? — Soru 43

formül

Ne istiyor? c = 1, μ = 0.05, Δx = 0.1, Δt = 0.05 için v, d ve FTCS kararlılığı; bir adım ve S31 upwind ile karşılaştırma.

Soru tipi: Hesap · adveksiyon–difüzyon FTCS

animasyon

- *advection–diffusion equation* → adveksiyon–difüzyon denklemi · $u_t + cu_x = \mu u_{xx}$
- *check the stability of FTCS* → FTCS kararlılığını denetle · $d \le ½$ ve $v^2 \le 2d$

💎 **ÖZ:** Hesap · adveksiyon–difüzyon FTCS

📋 Verilenler — Soru 43

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- «$c = 1\ m/s$» → Taşıma hızı. → **v = 1 m/s**
- «$\mu = 0.05\ m^2/s$» → Difüzyon katsayısı. → **d = 0.05 m²/s**
- «$\Delta x = 0.1\ m$» → Izgara aralığı. → **v = 0.1 m**
- «$\Delta t = 0.05\ s$» → Zaman adımı. → **d = 0.05 s**
- «*Check the*» → Kararlılık koşulları. → **v² ≤ 2d**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 43 (1/2)

FTCS adveksiyon–difüzyon — İki terim birden: merkezi adveksiyon + merkezi difüzyon.

terimler

türetim

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right) + d\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

v: cΔt/Δx = 0.5 · d: μΔt/Δx² = 0.25

💎 **ÖZ:** FTCS adveksiyon–difüzyon

📋 Hangi formül? — Soru 43 (2/2)

Kararlılık koşulları — «Check the stability» deniyor; iki koşul birlikte sağlanmalı.

$$d \leq \frac{1}{2}, \qquad \nu^2 \leq 2d$$

d ≤ ½: difüzyon koşulu · $\nu^2 \leq 2d$: adveksiyon–difüzyon dengesi

---

💎 **ÖZ:** Kararlılık koşulları

📋 Adım adım — Soru 43 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **v, d** — İki boyutsuz sayıyı hesapla. → **v = 0.5 · d = 0.25**
2. **kararlı mı** — İki koşulu denetle. → **iki koşul da sağlanıyor**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 43 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **1 adım** — Katsayıları topla, profili ilerlet. → **[0, 0, 1, 3, 3, 1, 0]**

3. adım

4. **kıyas** — S31'deki upwind 1. adımla karşılaştır. → **upwind ile aynı**

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Yalnız d ≤ ½'ye bakıp $v^2 \le 2d$'yi unutmak; d'nin paydasında Δx^2 olduğunu atlamak.

💎 **ÖZ:** Plan: v, d → kararlı mı → 1 adım → kıyas

✓ Çözüm — Soru 43

sınav cevabı

- **(a)** v = 1·0.05/0.1 = **0.5** · d = 0.05·0.05/0.01 = **0.25** → d ≤ ½ ✓, v^2 = 0.25 ≤ 2d = 0.5 ✓
- **(b)** $u_i^{n+1} = u_i$ − 0.25($u_{i+1} - u_{i-1}$) + 0.25($u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}$) = 0.5u_{i-1} + 0.5u_i
- Sonuç: [0, 0, 1, 3, 3, 1, 0]
- **(c)** Upwind (S31) ile **aynı**! Çünkü upwind = FTCS + d = v/2 kadar difüzyon.
- Hücre Reynolds sayısı cΔx/μ = 2.

Sınavda yaz: *Upwind is equivalent to central differencing plus artificial diffusion.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** d = v/2 → FTCS = upwind.

GB KISIM C · TERİMLER 1/2

- **explicit** (iks-PLİ-sit) · adj — açık
  - *An explicit method needs no system solve.*
- **implicit** (im-PLİ-sit) · adj — kapalı
  - *Implicit methods are unconditionally stable.*
- **stability** (stı-Bİ-lı-ti) · n — kararlılık
  - *Stability requires $v \leq 1$.*
- **consistency** (kın-SİS-tın-si) · n — tutarlılık
  - *Consistency: the error vanishes as $\Delta x \to 0$.*
- **convergence** (kın-VÖR-cıns) · n — yakınsama
  - *Convergence needs consistency and stability.*

💎 **ÖZ:** explicit · implicit · stable · consistent · convergent.

GB KISIM C · TERİMLER 2/2

- **Courant number** (ku-RAANT) · n — Courant sayısı
  - *The Courant number is cΔt/Δx.*
- **amplification factor** · n — büyütme çarpanı
  - *If |G| > 1 the error grows.*
- **numerical diffusion** · n — sayısal yayılma
  - *Upwind smears the peak.*
- **dispersion** (dis-PÖR-jın) · n — salınım hatası
  - *Lax–Wendroff shows dispersion.*
- **Kalıp:** *The scheme is stable only if the Courant number does not exceed one.*

💎 **ÖZ:** «only if … does not exceed» = ancak … aşmazsa.

KISIM D · CFD PRATİĞİ

🧭 KISIM D · NE VAR

- **K13** FDM/FVM/FEM, DNS/LES/RANS, sınır koşulları → S44–S45
- **K14** OpenFOAM, lid-driven cavity, WRF → S46–S48
- Sonda GB Kısım D terimleri

💎 **ÖZ:** Geçen yılın finalinin yarısı bu kısımdan.

📌 K13 · FDM · FVM · FEM

- **FDM (sonlu fark):** türev → nokta farkı (Taylor); düzgün ızgara · WRF (Arakawa-C ızgarası)
- **FVM (sonlu hacim):** her kontrol hacminde integral korunum; yüzeylerden akı → korunumlu · **OpenFOAM**
- **FEM (sonlu eleman):** eleman + şekil fonksiyonu; karmaşık geometri
- **Izgara:** yapılı (structured) / yapısız (unstructured); incelirse Δt de küçülmeli (CFL)

💎 **ÖZ:** OpenFOAM = FVM; WRF = FDM.

📌 K13 · DNS · LES · RANS

- **DNS:** NS'yi modelsiz, en küçük girdaba (Kolmogorov) kadar çözer; çok pahalı (nokta sayısı ~ $Re^{9/4}$) → araştırma
- **LES:** büyük, enerji taşıyan girdaplar çözülür; küçükler uzaysal filtre + alt-ızgara modeli (Smagorinsky) → WRF-LES
- **RANS:** Reynolds ortalamalı NS; türbülansın hepsi modellenir → **kapanış problemi** (Reynolds gerilmeleri) → WRF PBL
- **Maliyet:** DNS > LES > RANS

💎 **ÖZ:** DNS hepsini çözer, LES büyükleri, RANS ortalamayı.

📌 K13 · SINIR KOŞULLARI

- **Dirichlet:** değer verilir (kenar 100 °C; duvarda u = 0)
- **Neumann:** türev verilir (yalıtım ∂T/∂n = 0; çıkışta ∂u/∂x = 0)
- **Periyodik:** $u_0 = u_N$ — çıkan, öbür uçtan girer
- **No-slip:** duvarda akışkan hızı = duvar hızı (cavity)
- **Hayali nokta (ghost):** türev koşulunu denkleme çevirir (S23, advection.m)

💎 **ÖZ:** Değer → Dirichlet; türev → Neumann.

📌 K13 · YAZ + SINAVDA YAZ

DNS / LES / RANS tek cümle

- *LES resolves the large eddies and models the subgrid scales.*
- *RANS models all turbulence; the closure problem needs a turbulence model.*

💎 **ÖZ:** Kapanış problemi = RANS'ın bilinmeyen terimi.

✓ S44 · DNS, LES, RANS

tanım web'de çöz

DNS, LES ve RANS'ı tanımla; maliyetlerini sırala. OpenFOAM ve WRF hangi ayrıklaştırma yöntemini kullanır?

Define DNS, LES and RANS and compare their **computational cost**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Neyi çözer, neyi modeller?

📋 Ne istiyor? — Soru 44

formül

Ne istiyor? DNS, LES ve RANS'ın tanımı, maliyet sırası ve OpenFOAM ile WRF'in kullandığı ayrıklaştırma yöntemi.

Soru tipi: Tanım · türbülans yaklaşımları

animasyon

- *define DNS, LES and RANS* → DNS, LES ve RANS'ı tanımla · ne çözülür, ne modellenir
- *computational cost* → hesaplama maliyeti · DNS > LES > RANS

💎 **ÖZ:** Tanım · türbülans yaklaşımları

📋 Verilenler — Soru 44

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«computational cost»* → Maliyet sıralaması. → **istenen**
- *«DNS, LES ve RANS'ı tanımla»* → Üç yaklaşım tanımlanacak. → **istenen**
- *«OpenFOAM ve WRF»* → Ayrıklaştırma yöntemleri. → **koşul**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 44

Kullanılacak bilgi: DNS tüm ölçekleri modelsiz çözer; LES büyük girdapları çözer, küçükleri modeller; RANS ortalamayı çözer, tüm türbülansı modeller.

terimler

türetim

💎 **ÖZ:** Formül: DNS tüm ölçekleri modelsiz çözer; LES büyük girdapları çözer

📋 Adım adım — Soru 44 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **DNS** — Modelsiz, bütün ölçekleri çözen yaklaşımı tanımla. → **hepsi çözülür · en pahalı**


1. adım

2. **LES** — Büyük girdapları çözüp küçükleri modelleyeni tanımla. → **büyükler çözülür · orta**


2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 44 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **RANS** — Ortalama akışı çözeni tanımla. → **ortalama çözülür · en ucuz**


3. adım

4. **yöntem** — Maliyet sırasını yaz, yazılımları yöntemle eşle. → **OpenFOAM FVM · WRF FDM**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** LES ile RANS'ı karıştırmak: LES büyük girdapları çözer, RANS hiçbir girdabı çözmez, hepsini modeller.

💎 **ÖZ:** Plan: DNS → LES → RANS → yöntem

✓ Çözüm — Soru 44

sınav cevabı

- **DNS (Direct Numerical Simulation):** bütün ölçekler çözülür, türbülans modeli yok → en pahalı
- **LES (Large-Eddy Simulation):** büyük girdaplar çözülür, küçükler alt-ızgara modeliyle (Smagorinsky) → orta
- **RANS (Reynolds-Averaged NS):** ortalama akış çözülür, tüm türbülans modellenir → en ucuz; WRF PBL şemaları bu mantıkta
- **Sıra:** DNS > LES > RANS
- **OpenFOAM:** sonlu hacim (FVM) · **WRF:** sonlu fark (FDM), C-ızgara

Sınavda yaz: *DNS resolves all scales, LES resolves large eddies, RANS models all turbulence.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Çözülen ölçek ↓ → maliyet ↓.

✓ S45 · SINIR KOŞULU TÜRÜ

tanım web'de çöz

Türünü yaz: (a) levhanın sol kenarı 75 °C (b) yalıtılmış kenar (c) advection.m'de u(1) = u(3) (d) cavity duvarları ve kapak (e) Dünya çevresinde boylam yönü.

Classify each **boundary condition**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Değer mi, türev mi, döngü mü?

📋 Ne istiyor? — Soru 45

formül

Ne istiyor? Beş durumun (sabit sıcaklık, yalıtım, advection.m sınırı, cavity duvarları, boylam yönü) sınır koşulu türü.

Soru tipi: Sınıflandırma · sınır koşulları

animasyon

- *classify each boundary condition* → her sınır koşulunu sınıfla · değer mi, türev mi, döngü mü
- *Dirichlet / Neumann / periodic* → Dirichlet / Neumann / periyodik · değer verilir / türev verilir / uçlar eş

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«sol kenarı 75 °C»* → Değer sabit. → **koşul = 75 °C**
- *«yalıtılmış kenar»* → Eğim sıfır. → **koşul**
- *«u(1) = u(3)»* → Hayali noktayla sıfır eğim. → **koşul**

- *«boylam yönü»* → 0° ile 360° aynı. → **koşul**
- *«boundary condition»* → Tür istenir. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Sınıflandırma · sınır koşulları

📋 Hangi formül? — Soru 45

Kullanılacak bilgi: Değer verilirse Dirichlet, türev verilirse Neumann, iki uç aynı noktaysa periyodik. No-slip: duvarda akışkan hızı = duvar hızı.

terimler

türetim

💎 **ÖZ:** Formül: Değer verilirse Dirichlet, türev verilirse Neumann, iki uç a

📋 Adım adım — Soru 45 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) (b)** — Kenarda değer mi türev mi verilmiş, bak. → **Dirichlet · Neumann**
2. **(c) kod** — advection.m'deki atamayı oku. → **Neumann tipi**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 45 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(d) cavity** — Hız ve basınç için ayrı yaz. → **U Dirichlet · p Neumann**
4. **(e) boylam** — Dünya çevresinde dolanan yönü sınıfla. → **periyodik**

3. adım

4. adım

⚠️ **Tuzak:** Yalıtımı Dirichlet sanmak (değer değil türev verilir); cavity'de basıncı da Dirichlet yazmak.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) (b) → (c) kod → (d) cavity → (e) boylam

✓ Çözüm — Soru 45

sınav cevabı

- **(a)** Dirichlet (sabit değer)
- **(b)** Neumann (∂T/∂n = 0) → hayali nokta ile (S23)
- **(c)** Hayali noktayla sıfır eğim → Neumann tipi; sağda u(N+3) = u(N+1) serbest çıkış
- **(d)** No-slip Dirichlet: duvarda U = (0 0 0), kapakta U = (1 0 0); basınçta zeroGradient (Neumann)
- **(e)** Periyodik: 0° ile 360° aynı nokta

Sınavda yaz: *A Dirichlet condition fixes the value; a Neumann condition fixes the gradient.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** U duvarda Dirichlet, p Neumann.

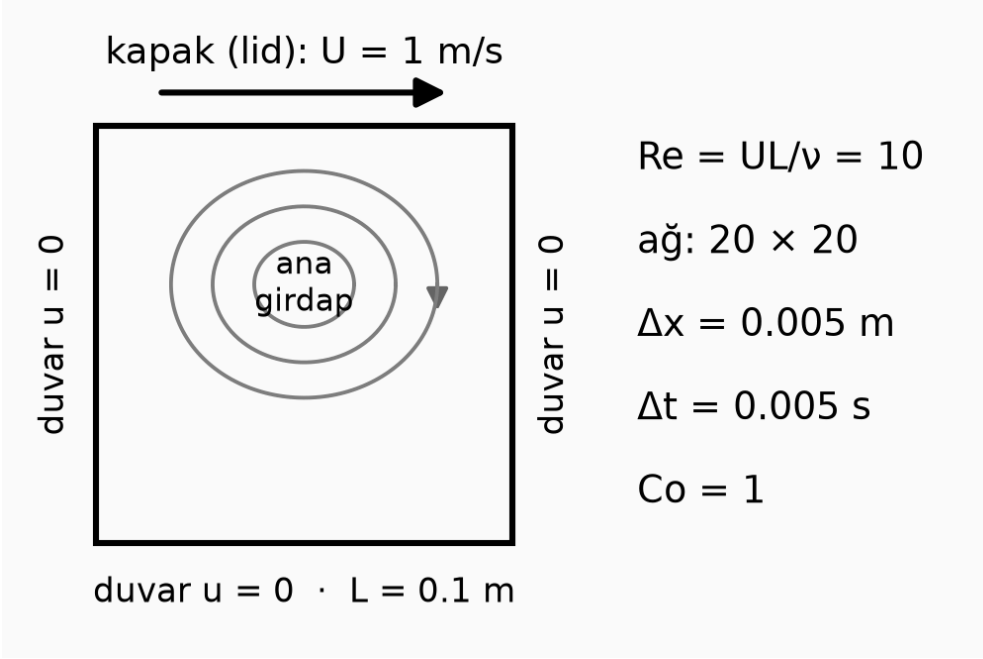
📌 K14 · OPENFOAM VAKASI

- **0/** → başlangıç + sınır koşulları (U, p)
- **constant/** → transportProperties (nu), polyMesh (ağ)
- **system/** → controlDict, fvSchemes, fvSolution, blockMeshDict
- **Komutlar:** blockMesh (ağ) → icoFoam (çözücü; v11'de foamRun) → paraFoam / foamToVTK
- **icoFoam:** sıkıştırılamaz, laminer, zamana bağlı NS; PISO algoritması

💎 **ÖZ:** 0 · constant · system — üç klasör.

📌 K14 · LID-DRIVEN CAVITY

Kapak sağa kayar, içeride saat yönünde ana girdap



- Kare kutu, üst kapak sabit hızla kayar, diğer duvarlar durur; CFD'nin klasik doğrulama (benchmark) problemi.

💎 **ÖZ:** Co = UΔt/Δx = 1.

📌 K14 · WRF

- **WRF** = Weather Research and Forecasting; **ARW** = Advanced Research WRF dinamik çekirdeği
- **Zaman:** RK3 (+ ses dalgaları için küçük adımlar) · **uzay:** C-ızgara, 5. mertebe yatay adveksiyon
- **Parametrizasyon:** mikrofizik, kümülüs, PBL, yüzey, radyasyon — ızgaradan küçük süreçler
- **Prediction:** kısa vade (~7 güne kadar), doğruluk yüksek · **Projection:** iklim ölçeği, senaryo, olasılık
- %100 doğruluk hiçbir zaman yok.

💎 **ÖZ:** Çözülemeyen = parametrize edilen.

📌 K14 · YAZ + SINAVDA YAZ

Vaka klasörleri + komut sırası

- *blockMesh generates the mesh, icoFoam solves, paraFoam shows the results.*
- *Parametrizations represent subgrid processes the model cannot resolve.*

💎 **ÖZ:** Ağ → çöz → görselleştir.

✓ S46 · CAVITY: Re ve Co

tanım web'de çöz

(a) Lid-driven cavity nedir, sınır koşulları? (b) U = 1 m/s, L = 0.1 m, ν = 0.01 m²/s → Re? (c) 20 × 20 ağ, Δt = 0.005 s → Co? (d) 40 × 40'ta Δt? (e) ν = 0.001 → Re?

Describe the **lid-driven cavity** and compute the **Reynolds and Courant numbers**.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Re = UL/ν, Co = UΔt/Δx.

📋 Ne istiyor? — Soru 46

formül

Ne istiyor? Lid-driven cavity'nin tanımı ve sınır koşulları; verilen değerlerle Re ve Co, 40×40 ağda Δt, ν = 0.001'de Re.

Soru tipi: Hesap · cavity, Re ve Co

animasyon

- *lid-driven cavity* → kapağı kayan kutu · üst kapak U, diğer duvarlar no-slip
- *Reynolds and Courant numbers* → Reynolds ve Courant sayıları · Re = UL/ν · Co = UΔt/Δx

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- «*U = 1 m/s*» → Kapak hızı. → **U = 1 m/s**
- «*L = 0.1 m*» → Kutu boyu. → **L = 0.1 m**
- «*ν = 0.01 m²/s*» → Kinematik viskozite. → **ν = 0.01 m²/s**
- «*20 × 20 ağ*» → Δx = L/20. → **Δx = 0.005 m**
- «*Δt = 0.005 s*» → Zaman adımı. → **Δt = 0.005 s**

- *«Reynolds and Courant numbers»* → İstenen sayılar. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Hesap · cavity, Re ve Co

📋 Hangi formül? — Soru 46 (1/2)

Reynolds sayısı — (b) ve (e) şıkları; atalet/viskoz oranı akışın laminer olup olmadığını gösterir.

terimler

türetim

$$Re = \frac{U\,L}{\nu}$$

U: kapak hızı, m/s · L: kutu boyu, m · ν: kinematik viskozite, m^2/s

---

💎 **ÖZ:** Reynolds sayısı

📋 Hangi formül? — Soru 46 (2/2)

Courant sayısı — (c) ve (d) şıkları; zaman adımının kararlılığı için Co ≤ 1.

$$Co = \frac{U\,\Delta t}{\Delta x}$$

Δx: L / hücre sayısı · Δt: zaman adımı

💎 **ÖZ:** Courant sayısı

📋 Adım adım — Soru 46 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) tanım** — Geometriyi ve sınır koşullarını yaz. → **kapak U · duvarlar u = 0**
2. **(b) Re** — Re = UL/ν hesapla. → **Re = 10 → laminer**
3. **(c) Co** — Δx'i bul, Co'yu hesapla. → **Co = 1**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 46 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **(d) 40×40** — Ağ incelince Co = 1 için Δt'yi bul. → **Δt = 0.0025 s**


4. adım

5. **(e) Re** — Viskozite 10 kat azalınca Re'yi yeniden hesapla. → **Re = 100**


5. adım

⚠️ **Tuzak:** Ağ incelince Δt'yi aynı bırakmak (Co = 2 olur); Δx yerine kutu boyu L'yi kullanmak.

💎 **ÖZ:** Plan: (a) tanım → (b) Re → (c) Co → (d) 40×40 → (e) Re

✓ Çözüm — Soru 46

sınav cevabı

- **(a)** Kare kutu; üst kapak U = 1 m/s ile kayar, diğer üç duvar no-slip (u = 0); 2B → ön/arka «empty». İçeride ana girdap + köşelerde küçük girdaplar.
- **(b)** Re = 1·0.1/0.01 = **10** → laminer
- **(c)** Δx = 0.1/20 = 0.005 m → Co = 1·0.005/0.005 = **1**
- **(d)** Δx = 0.0025 → Co = 1 için **Δt = 0.0025 s** (ağ ince → adım küçük)
- **(e)** Re = **100**

Sınavda yaz: *Refining the mesh requires a smaller time step to keep Co ≤ 1.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** Re = 10, Co = 1.

✓ S47 · KOD OKU: controlDict

tanım

```
application     icoFoam;
startFrom       startTime;
startTime       0;
stopAt          endTime;
endTime         0.5;
deltaT          0.005;
writeControl    timeStep;
writeInterval   20;
writeFormat     ascii;
 runTimeModifiable true;
```

web'de çöz

Explain each line of system/controlDict. How many time folders are written?

💎 **ÖZ:** HW4 ve proje tam bunu istedi.

✓ S47 · CEVABINI YAZ

Her satır tek cümle + kaç klasör yazılır?

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** endTime / (deltaT × writeInterval).

📋 Ne istiyor? — Soru 47

formül

Ne istiyor? system/controlDict'in her satırının anlamı ve çözüm boyunca kaç zaman klasörü yazılacağı.

Soru tipi: Kod okuma · OpenFOAM controlDict

animasyon

- *explain each line* → her satırı açıkla · anahtar sözcük → tek cümle görev
- *how many time folders are written* → kaç zaman klasörü yazılır · endTime / (deltaT × writeInterval)

💎 **ÖZ:** Kod okuma · OpenFOAM controlDict

📋 Verilenler — Soru 47

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«Explain each line»* → Her satır açıklanacak. → **istenen**
- *«How many time folders»* → Klasör sayısı. → **istenen**
- *«endTime 0.5»* → Bitiş 0.5 s; deltaT 0.005 ile 100 adım. → **endTime/deltaT = 100**
- *«writeInterval 20»* → Her 20 adımda bir yazılır. → **writeInterval = 20**

💎 **ÖZ:** Her sayının işini bil: formülde nereye girdiğini gör.

📋 Hangi formül? — Soru 47

Çıktı klasörü sayısı — «How many time folders» = toplam adım sayısını yazma aralığına bölmek.

terimler

türetim

$$N = \frac{\mathrm{endTime}}{\mathrm{deltaT} \times \mathrm{writeInterval}} = \frac{0.5}{0.005 \times 20} = 5$$

endTime/deltaT: toplam adım = 100 · writeInterval: 20 adımda bir yaz

Kullanılacak bilgi: controlDict zamanı yönetir (çözücü, başlangıç, bitiş, adım, yazma). fvSchemes ayrıklaştırmayı, fvSolution doğrusal çözücüleri seçer.

💎 **ÖZ:** Formül: Çıktı klasörü sayısı

📋 Adım adım — Soru 47 (1–3)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **çözücü** — İlk satırları oku: çözücü ve başlangıç. → **icoFoam · t = 0**
2. **zaman** — Bitişi ve adımı oku, adım sayısını bul. → **100 adım**
3. **yazma** — Yazma ayarlarından klasör sayısını çıkar. → **5 klasör (+ başlangıç 0)**

1. adım

2. adım

3. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (4–5).

📋 Adım adım — Soru 47 (4–5)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

4. **kalanlar** — Son iki satırı açıkla. → **ascii · canlı ayar**
5. **fvSchemes** — Ek: fvSchemes ve fvSolution ayarlarını tanıdık yöntemlerle eşle. → **şema · çözücü seçimi**

4. adım

5. adım

⚠️ **Tuzak:** writeInterval'ı saniye sanmak; writeControl timeStep olduğu için 20 adım (0.1 s) demektir.

💎 **ÖZ:** Plan: çözücü → zaman → yazma → kalanlar → fvSchemes

✓ Çözüm — Soru 47 (1/2)

sınav cevabı

- **application:** çözücü = icoFoam
- **startFrom / startTime:** t = 0'dan başla (0/ klasörü)
- **stopAt / endTime:** t = 0.5 s'de dur
- **deltaT:** zaman adımı 0.005 s → 100 adım
- **writeControl timeStep + writeInterval 20:** her 20 adımda (0.1 s) yaz
- **Klasörler:** 0.1 · 0.2 · 0.3 · 0.4 · 0.5 → **5** (+ başlangıç 0)
- **writeFormat ascii:** okunabilir metin · **runTimeModifiable:** koşarken ayar değiştirilebilir

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** 100 adım, 5 çıktı klasörü.

✓ Çözüm — Soru 47 (2/2) (fvSchemes, fvSolution)

- **ddtSchemes Euler:** zaman = Euler (kapalı, 1. mertebe)
- **gradSchemes Gauss linear:** gradyan = merkezi fark (2. mertebe)
- **divSchemes div(phi,U) Gauss linear:** adveksiyon terimi
- **laplacianSchemes:** viskoz (difüzyon) terimi
- **fvSolution:** p → PCG çözücü; U → smoothSolver + symGaussSeidel (Gauss–Seidel!); PISO nCorrectors 2

Sınavda yaz: *fvSchemes chooses the discretization; fvSolution chooses the linear solvers.*

💎 **ÖZ:** Dersin yöntemleri OpenFOAM ayarında.

✓ S48 · WRF

tanım web'de çöz

(a) WRF ve ARW nedir? (b) Zaman ilerletme yöntemi? (c) Parametrizasyon neden gerekir; PBL şeması hangi türbülans yaklaşımına benzer? (d) Prediction ile projection farkı?

Explain **WRF**, its **time integration** and why **parametrizations** are needed.

Yol haritası sonraki sayfada →

💎 **ÖZ:** Dört kısa cevap.

📋 Ne istiyor? — Soru 48

formül

Ne istiyor? WRF ve ARW nedir, zaman ilerletme yöntemi, parametrizasyon neden gerekir (PBL hangi yaklaşım) ve prediction–projection farkı.

Soru tipi: Tanım · WRF modeli

animasyon

- *time integration* → zamanda ilerletme · RK3 + akustik dalgalar için küçük adım
- *why are parametrizations needed* → parametrizasyon neden gerekir · ızgaradan küçük süreçler çözülemez

Sorudan formüle — hangi ifadeden ne anladık?

- *«WRF ve ARW nedir?»* → Model ve çekirdek tanımı. → **istenen**
- *«time integration»* → RK3 ile zaman ilerletme. → **Δt/3, Δt/2, Δt**
- *«parametrizations»* → Alt-ızgara süreçleri temsili. → **R(φ)**

- *«Prediction ile projection farkı?»* → Tahmin ve iklim farkı. → **istenen**

💎 **ÖZ:** Tanım · WRF modeli

📋 Hangi formül? — Soru 48

WRF RK3 — (b) şıkkı: WRF zamanda bu üç aşamalı şemayla ilerler.

terimler

türetim

$$\phi' = \phi^t + \frac{\Delta t}{3} R(\phi^t), \quad \phi'' = \phi^t + \frac{\Delta t}{2} R(\phi'), \quad \phi^{t+\Delta t} = \phi^t + \Delta t\, R(\phi'')$$

R(φ): sağ taraf (eğim) · Δt/3, Δt/2, Δt: üç aşamanın adımı

Kullanılacak bilgi: WRF-ARW: zamanda RK3, uzayda C-ızgara FDM. Izgaradan küçük süreçler (bulut, türbülans, radyasyon) parametrize edilir; PBL = RANS tipi.

💎 **ÖZ:** Formül: WRF RK3

📋 Adım adım — Soru 48 (1–2)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

1. **(a) WRF** — Modeli ve çekirdeğini tanımla. → **model · dinamik çekirdek**
2. **(b) zaman** — Zaman ilerletme şemasını yaz. → **RK3**

1. adım

2. adım

💎 **ÖZ:** Devamı sonraki sayfada (3–4).

📋 Adım adım — Soru 48 (3–4)

Kare kodu okut ya da dokun: web'de o adım açılır.

3. **(c) param.** — Parametrizasyonun nedenini ve PBL'nin türünü yaz. → **alt-ızgara • PBL = RANS**


3. adım

4. **(d) fark** — Prediction ile projection'ı ayır. → **tahmin ≠ projeksiyon**


4. adım

⚠️ **Tuzak:** PBL şemasını LES sanmak; WRF'in PBL şemaları tüm türbülansı modeller (RANS tipi).

💎 **ÖZ:** Plan: (a) WRF → (b) zaman → (c) param. → (d) fark

✓ Çözüm — Soru 48

sınav cevabı

- **(a)** WRF: sayısal hava tahmin ve araştırma modeli; ARW onun dinamik çekirdeği
- **(b)** 3 aşamalı Runge–Kutta (RK3), ses dalgaları için küçük adımlar
- **(c)** Bulut damlası, türbülans, radyasyon ızgaradan küçük → çözülemez → çözülen değişkenlerle temsil edilir; PBL = **RANS** tipi
- **(d)** Prediction: günlük, ≤ 7 gün, doğru · Projection: iklim, senaryo, olasılık

Sınavda yaz: *WRF-ARW integrates the Navier–Stokes-based equations with an RK3 scheme and parametrizes subgrid physics.*

adım adım

animasyon

💎 **ÖZ:** RK3 + parametrizasyon.

GB KISIM D · TERİMLER 1/2

- **turbulence** (TÖR-byu-lıns) · n — türbülans
  - *Turbulence contains eddies of many sizes.*
- **eddy** (E-di) · n — girdap
  - *LES resolves the large eddies.*
- **subgrid-scale** · adj — alt-ızgara ölçekli
  - *Subgrid-scale motions are modelled.*
- **closure problem** (KLO-jır) · n — kapanış problemi
  - *Averaging creates more unknowns.*
- **parametrization** (pı-re-mı-trı-ZEY-şın) · n — parametrizasyon
  - *Cumulus clouds need a parametrization.*

💎 **ÖZ:** eddy · subgrid · closure · parametrization.

GB KISIM D · TERİMLER 2/2

- **no-slip** (no slip) · adj — kaymazlık
  - *Velocity is zero at a no-slip wall.*
- **Reynolds number** (RE-nıldz) · n — Reynolds sayısı
  - *Re = 10 means laminar flow.*
- **mesh refinement** · n — ağ inceltme
  - *Mesh refinement needs a smaller step.*
- **benchmark** (BENÇ-mark) · n — doğrulama problemi
  - *The cavity is a classic benchmark.*
- **Kalıp:** *Refining the mesh requires a smaller time step.*

💎 **ÖZ:** «requires» + isim = … gerektirir.

SON 30 DAKİKA

📋 1 · ODE ŞEMALARI

$$\text{Euler:} \quad y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i)\,\Delta t$$

$$\text{Heun:} \quad y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\,h$$

$$\text{RK4:} \quad y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

- Mertebe = eğim sayısı: 1 · 2 · 4 · WRF RK3 = 3 aşama (Δt/3, Δt/2, Δt)
- Paraşütçü: son hız gm/c = 53.39 m/s · Euler kararlı: Δt ≤ 2m/c

---

💎 **ÖZ:** new = old + slope × step.

📋 2 · FARK FORMÜLLERİ

$$\text{ileri:}\quad f_i' \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{h} \qquad O(h)$$

$$\text{geri:}\quad f_i' \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{h} \qquad O(h)$$

$$\text{merkezi:}\quad f_i' \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \qquad O(h^2)$$

$$\text{2. türev:}\quad f_i'' \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} \qquad O(h^2)$$

- **B² − 4AC:** < 0 eliptik · = 0 parabolik · > 0 hiperbolik

💎 **ÖZ:** Merkezi = 3 nokta, O(h²).

📋 3 · LAPLACE + LIEBMANN

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$$T^{new} = \lambda T^{GS} + (1 - \lambda) T^{old}$$

- **Fourier:** q = –k′ ∂T/∂x (eksi: sıcaktan soğuğa)
- **Yalıtım:** hayali nokta = içteki komşu → $2T_{1,j}$ + $T_{0,j+1}$ + $T_{0,j-1}$ – $4T_{0,j}$ = 0
- 1 < λ < 2 hızlandırır; dur: $\varepsilon_a \leq \varepsilon_s$

💎 **ÖZ:** Düğüm = 4 komşunun ortalaması.

📋 4 · THOMAS

$$e_k \leftarrow e_k / f_{k-1}$$
$$f_k \leftarrow f_k - e_k\, g_{k-1}$$
$$r_k \leftarrow r_k - e_k\, r_{k-1}$$

$$x_n = \frac{r_n}{f_n}, \qquad x_k = \frac{r_k - g_k\, x_{k+1}}{f_k}$$

- Jacobi: eski değerler · Gauss–Seidel: en yeni değerler · köşegen baskın → yakınsar

---

💎 **ÖZ:** İleri ele, geri koy; O(n).

📋 5 · ISI: AÇIK + KAPALI

FTCS (açık) — λ = kΔt/Δx² ≤ ½:

$$T_i^{l+1} = T_i^l + \lambda \left(T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l \right)$$

Laasonen (kapalı) — hep kararlı:

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + (1 + 2\lambda)\, T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = T_i^l$$

💎 **ÖZ:** Açık koşullu, kapalı koşulsuz.

📋 6 · ISI: CRANK–NICOLSON

$$-\lambda T_{i-1}^{l+1} + 2(1+\lambda)\,T_i^{l+1} - \lambda T_{i+1}^{l+1} = \lambda T_{i-1}^{l} + 2(1-\lambda)\,T_i^{l} + \lambda T_{i+1}^{l}$$

- CN: hep kararlı, O(Δt², Δx²)
- DuFort–Frankel: açık, 3 seviye, hep kararlı · Richardson: hep kararsız
- 2B açık: λ_x + λ_y ≤ ½

💎 **ÖZ:** CN = açık + kapalı ortası.

📋 7 · ADVEKSİYON 1

ν = cΔt/Δx · FTCS hep kararsız · Upwind ν ≤ 1:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \nu\left(u_i^n - u_{i-1}^n\right)$$

Lax — ν ≤ 1, çok yayar:

$$u_i^{n+1} = \frac{u_{i+1}^n + u_{i-1}^n}{2} - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

💎 **ÖZ:** Upwind = rüzgâr üstü komşu.

📋 8 · ADVEKSİYON 2

Lax–Wendroff — ν ≤ 1, O(2), salınır:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\nu}{2}\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right) + \frac{\nu^2}{2}\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

Leapfrog — ν ≤ 1, 3 seviye:

$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} - \nu\left(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n\right)$$

💎 **ÖZ:** Hiperbolikte koşul hep ν ≤ 1.

📋 9 · DALGA + BURGERS

Dalga (v ≤ 1; ilk adımda ½ çarpanı):

$$u_i^{n+1} = 2u_i^n - u_i^{n-1} + \nu^2 \left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right)$$

Model denklem:

$$u_t + (\alpha + \beta u)\, u_x = \mu\, u_{xx}$$

- c = √(T/μ) · β = 0 doğrusal · α = 0, β = 1 Burgers · adv.–dif. FTCS: d ≤ ½, $v^2 \le 2d$

💎 **ÖZ:** Dalga ikiye ayrılır, Burgers dikleşir.

📋 10 · KARARLILIK

$$G_{\text{FTCS, ısı}} = 1 - 4\lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\left|G_{\text{upwind}}\right|^2 = 1 - 2\nu(1-\nu)(1-\cos\theta)$$

$$\nu_{num} = \frac{c\,\Delta x}{2}\,(1-\nu)$$

- **Lax teoremi:** tutarlı + kararlı ⇔ yakınsak
- **CFL:** bilgi bir adımda en fazla bir hücre

💎 **ÖZ:** En kötü dalga 2Δx (θ = π).

📋 11 · TERİM SÖZLÜĞÜ 1/2

- **Divergence:** *the rate at which a vector field spreads out from a point; $\nabla \cdot V > 0$.*
- **Advection:** *transport of a property by the wind, $-V \cdot \nabla T$.*
- **Navier–Stokes:** *momentum equations of a viscous fluid: acceleration = PGF + gravity + viscous + Coriolis.*
- **DNS:** *direct numerical simulation: all scales resolved, no turbulence model.*

💎 **ÖZ:** Geçen yılın «kelime anlamları» listesi.

📋 12 · TERİM SÖZLÜĞÜ 2/2

- **LES:** *large-eddy simulation: large eddies resolved, subgrid scales modelled (Smagorinsky).*
- **RANS:** *Reynolds-averaged Navier–Stokes: mean flow solved, all turbulence modelled.*
- **WRF:** *Weather Research and Forecasting model; ARW core, RK3 time integration.*
- **Lid-driven cavity:** *flow in a square box driven by a moving top wall.*
- **CFL:** $v = c\Delta t/\Delta x \leq 1$.

💎 **ÖZ:** Her terim için bir İngilizce cümle.

⚠️ SIK YAPILAN HATALAR 1/2

- Euler'de eğimi **yeni** değerle hesaplamak → hep eski değer.
- Yüzde hatada paydayı sayısal değer almak → payda **gerçek** değer.
- Merkezi farkta 2h yerine h'ye bölmek.
- $B^2 - 4AC$'de birinci türev terimlerini katmak.
- (x, t) değişkenlerinde A ile C'yi karıştırmak: dalga denkleminde $u_{tt} - c^2 u_{xx}$.

💎 **ÖZ:** Eski değer · gerçek payda · 2h.

⚠️ SIK YAPILAN HATALAR 2/2

- Kapalı yöntemde sınır değerlerini sağ tarafa taşımayı unutmak.
- Gauss–Seidel'de yeni değeri hemen kullanmamak (o Jacobi olur).
- c < 0 iken upwind'de yine sol komşuyu almak.
- 2B açık yöntemde λ'ları toplamamak.
- Dalga denkleminin ilk adımında ½ çarpanını unutmak.
- «Kararlı = doğru» sanmak: upwind kararlı ama tepeyi yayar.

💎 **ÖZ:** Kararlı ≠ doğru.

GB GÜNLÜK · 3 CÜMLE

- Örnek: *Upwind uses the windward neighbour. It is stable if v ≤ 1. It smears peaks.*

Bir şema, 3 İngilizce cümle

💎 **ÖZ:** Ne yapar · koşul · hata.